Couplage entre la thermohydraulique et la neutronique
LRC MANON, NEEDS axe 2

Stephane Dellacherie, Erell Jamelot, Olivier Lafitte

LAGA – Université de Paris 13,CEA-DM2S (STMF et SERMA),Ecole Polytechnique de Montréal

Problématique et objectif

- Obtenir une solution modèle dans un cas très simplifié 1D stationnaire de couplage entre un problème de la neutronique et les équations de l'hydrodynamique couplée avec la thermique
- Propriétés des systèmes

1. Neutronique: on considère l'approximation de la diffusion sur la densité de flux φ . Les sections efficaces dépendent le la température T
2. Thermohydraulique: on n'utilise qu'une équation pour l'enthalpie. Le terme de source de dépôt d'énergie est proportionnel à φ.

Ecriture des équations.

$$\begin{cases} -\frac{d}{dx}(D\frac{d\varphi}{dx}) + (\Sigma_a(h) - \nu\Sigma_f(h))\varphi = 0, x \in]0, L[\\ \varphi \geq 0, \varphi(0) = \varphi(L) = 0 \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} D_e\frac{dh}{dx} = C\nu\Sigma_f(h)\varphi, x \in]0, L[\\ h(0) = h_e \end{cases} \tag{2}$$

Plusieurs questions

1. y-a-t-il un facteur multiplicatif?
2. cherche-t-on $h(L) = h_s$?
3. Ce système (1), (2) a-t-il une solution?
4. Est ce que, dans le modèle, C est donné ou dépend-il de φ?

Ecriture des équations.

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d}{dx}(D\frac{d\varphi}{dx}) + (\Sigma_a(h) - \nu\Sigma_f(h))\varphi = 0, x \in]0, L[\\ \varphi \geq 0, \varphi(0) = \varphi(L) = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} D_e \frac{dh}{dx} = C\nu\Sigma_f(h)\varphi, x \in]0, L[\\ h(0) = h_e \end{array} \right. \quad (2)$$

Plusieurs questions

1. y-a-t-il un facteur multiplicatif?
2. cherche-t-on $h(L) = h_s$?
3. Ce système (1), (2) a-t-il une solution?
4. Est ce que, dans le modèle, C est donné ou dépend-il de φ?

Ecriture des équations.

$$\begin{cases} -\frac{d}{dx}(D\frac{d\varphi}{dx}) + (\Sigma_a(h) - \nu\Sigma_f(h))\varphi = 0, x \in]0, L[\\ \varphi \geq 0, \varphi(0) = \varphi(L) = 0 \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} D_e\frac{dh}{dx} = C\nu\Sigma_f(h)\varphi, x \in]0, L[\\ h(0) = h_e \end{cases} \tag{2}$$

Plusieurs questions

1. y-a-t-il un facteur multiplicatif?
2. cherche-t-on $h(L) = h_s$?
3. Ce système (1), (2) a-t-il une solution?
4. Est ce que, dans le modèle, C est donné ou dépend-il de φ?

Ecriture des équations.

$$\begin{cases} -\frac{d}{dx}(D\frac{d\varphi}{dx}) + (\Sigma_a(h) - \nu\Sigma_f(h))\varphi = 0, x \in]0, L[\\ \varphi \geq 0, \varphi(0) = \varphi(L) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} D_e \frac{dh}{dx} = C\nu\Sigma_f(h)\varphi, x \in]0, L[\\ h(0) = h_e \end{cases} \quad (2)$$

Plusieurs questions

1. y-a-t-il un facteur multiplicatif?
2. cherche-t-on $h(L) = h_s$?
3. Ce système (1), (2) a-t-il une solution?
4. Est ce que, dans le modèle, C est donné ou dépend-il de φ?

Ecriture des équations.

$$\begin{cases} -\frac{d}{dx}(D\frac{d\varphi}{dx}) + (\Sigma_a(h) - \nu\Sigma_f(h))\varphi = 0, x \in]0, L[\\ \varphi \geq 0, \varphi(0) = \varphi(L) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} D_e\frac{dh}{dx} = C\nu\Sigma_f(h)\varphi, x \in]0, L[\\ h(0) = h_e \end{cases} \quad (2)$$

Plusieurs questions

1. y-a-t-il un facteur multiplicatif?
2. cherche-t-on $h(L) = h_s$?
3. Ce système (1), (2) a-t-il une solution?
4. Est ce que, dans le modèle, C est donné ou dépend-il de φ?

Après analyse

Deux problèmes distincts:
I: recherche de l'enthalpie h_s. Le système total s'écrit

$$\left\{\begin{array}{l} D_e \frac{dh}{dx} = C\nu\Sigma_f(h)\psi = D_e(h_s - h_e)\frac{\psi(x)\nu\Sigma_f(h(x))}{\int_0^L \psi(x)\nu\Sigma_f(h(x))dx}, \psi \geq 0 \\ -\frac{d}{dx}(D\frac{d\psi}{dx}) + (\Sigma_a(h) - \nu\Sigma_f(h))\psi = 0, \\ h(0) = h_e, \psi(0) = \psi(L) = 0 \end{array}\right. \tag{3}$$

II: recherche du facteur multiplicatif à dépôt d'énergie donné (et donc à h_s donné):

$$\left\{\begin{array}{l} D_e \frac{dh}{dx} = C\nu\Sigma_f(h)\varphi, \\ -\frac{d}{dx}(D\frac{d\varphi}{dx}) + (\Sigma_a(h) - \frac{\nu\Sigma_f(h)}{k})\varphi = 0, \varphi \geq 0 \\ h(0) = h_e, h(L) = h_s, \varphi(0) = \varphi(L) = 0 \end{array}\right. \tag{4}$$

Une résolution analytique commune

Remplacer φ ou ψ par son expression en fonction de $h'(x)$:

$$\varphi = \frac{D_e}{C\nu\Sigma_f} h', \psi = \frac{h'(x)}{h_s - h_e} \frac{\int_0^L \psi(x)\nu\Sigma_f(h(x))dx}{\nu\Sigma_f(h(x))}$$

dans l'équation de diffusion.
Après calculs

$$(h'(x))^2 = F(h(x), k), \text{ ou } (h'(x))^2 = G(h(x), h_s)$$

où les fonctions F et G vérifient $F, G|_{h=h_e, h=h_s} = 0$.

Analyse numérique du système

Problème principal d'une méthode de couplage de codes:

nécessite le contrôle de l'itération de φ en fonction de h, où φ est la fonction propre normalisée du problème

nécessite le contrôle de $\frac{1}{\int_0^L \nu\Sigma_f(h(x))\varphi(x)dx}$ (les normes L^1 et L^2 ne sont pas équivalentes)

ne fournit pas une application contractante

Analyse numérique du système

Problème principal d'une méthode de couplage de codes:
nécessite le contrôle de l'itération de φ en fonction de h, où φ est la fonction propre normalisée du problème
nécessite le contrôle de $\frac{1}{\int_0^L \nu\Sigma_f(h(x))\varphi(x)dx}$ (les normes L^1 et L^2 ne sont pas équivalentes)
ne fournit pas une application contractante

Analyse numérique du système

Problème principal d'une méthode de couplage de codes:
nécessite le contrôle de l'itération de φ en fonction de h, où φ est la fonction propre normalisée du problème
nécessite le contrôle de $\frac{1}{\int_0^L \nu\Sigma_f(h(x))\varphi(x)dx}$ (les normes L^1 et L^2 ne sont pas équivalentes)
ne fournit pas une application contractante

Analyse numérique du système

Problème principal d'une méthode de couplage de codes:
nécessite le contrôle de l'itération de φ en fonction de h, où φ est la fonction propre normalisée du problème
nécessite le contrôle de $\frac{1}{\int_0^L \nu\Sigma_f(h(x))\varphi(x)dx}$ (les normes L^1 et L^2 ne sont pas équivalentes)
ne fournit pas une application contractante

Cas particuliers analytiques

en 1d, tous les cas sont analytiques, et F comme G vérifient

$$F''(h,k) = \Sigma_a(h) - \frac{\nu\Sigma_f}{k}, G''(h,h_s) = \Sigma_a(h) - \nu\Sigma_f.$$

Perspectives

1. écrire un schéma numérique pour le système couplé qui ne soit pas le couplage des schémas
2. rendre le modèle physique 1d plus réaliste
3. étudier la stabilité en temps de cette solution stationnaire
4. étudier le sens de variation de k en fonction des données du problème
5. étudier la sensibilité aux incertitudes sur les données
6. utiliser cette solution analytique comme calibration ou comme benchmark