

# Désintégration de mesons $B_S$ en QCD sur réseaux

**Pierre Henri Cahue**

**Directeurs : Mariane Mangin-Brinet, Savvas Zafeiropoulos**

**En collaboration avec : Benoît Blossier**

Laboratoire de physique subatomique et cosmologique  
Grenoble, France

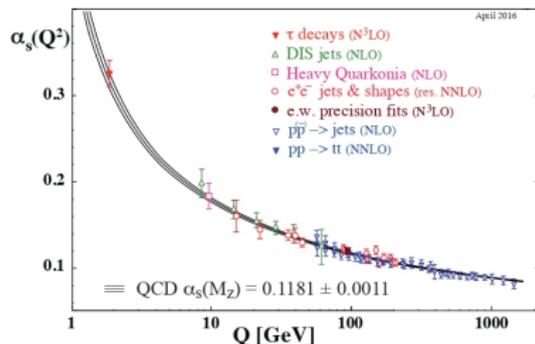
8 Juillet 2020



- 1 Introduction
  - Pourquoi utiliser la QCD sur réseaux (LQCD) ?
  - Principe de la LQCD
- 2 Désintégration  $B_S \rightarrow D_S$ 
  - $V_{CKM}$
  - Les corrélateurs
  - Facteurs de forme
- 3 Conclusion et perspectives

# La constante de couplage $\alpha_s$

$\alpha_s$  : paramètre fondamental de la ChromoDynamique Quantique (QCD)



Workshop Proceedings, ECT\* arXiv :1907.01435v1

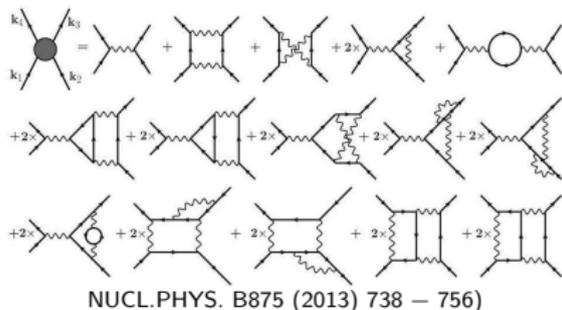
- $\alpha_s$  : **l'intensité** de l'interaction forte
- $\alpha_s$  est fonction de l'énergie
- à très haute énergie plus d'interaction  
→ **liberté asymptotique**
- à basse énergie possible augmentation voir **divergence** d' $\alpha_s$

$\alpha_s$  à basse énergie pose problème pour QCD

# La Théorie des perturbations

## Théorie Quantique des Champs (QFT) **trop complexe**

- Résolution directe de l'interaction souvent impossible
- On transforme l'interaction en somme de **perturbations**
- On sait calculer chaque perturbation



- Développement en puissance d' $\alpha_s$
- Complexité des termes augmente rapidement
- Leurs contributions deviennent faibles
- La série converge si  $\alpha_s \ll 1$
- Converge vers la valeur physique

**Limitation de la QCD** : basse énergie  $\rightarrow$  convergence **pas assurée**

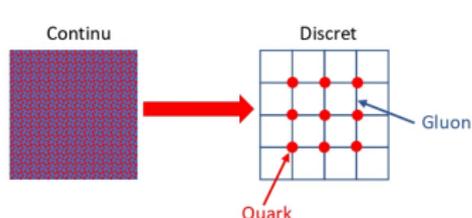
## Discrétisation de l'espace-temps.

QCD à basse énergie :

- Augmentation du nombre d'interactions
- Particules virtuelles plus nombreuses et plus proches

Discrétisation de l'espace temps

- Point séparé d'une longueur  $a$  : **la maille** (Régularisateur)
- Les particules ont une distance minimale entre elles :  $a$
- Les interactions sont des chemins sur les arêtes
- Réseaux de taille finie  $\Rightarrow$  nombre d'interactions est dénombrable

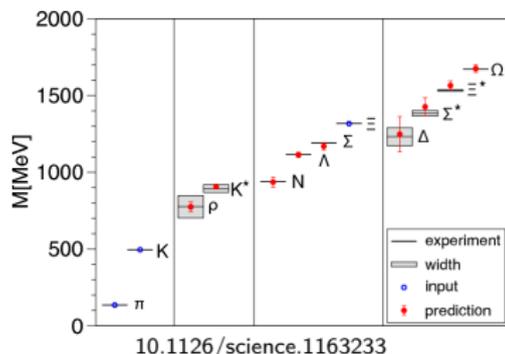


- Quarks : particules soumises à l'interaction forte
- Gluons : particules médiatrices de l'interaction forte

La LQCD permet de calculer la QCD à basse énergie avec une erreur  $\mathcal{O}(a)$

# La LQCD en chiffres.

- LQCD longtemps considérée comme non prédictive/limitée
- Puissance de calculs  $\Rightarrow$  LQCD sans quarks / gluon + champ moyen
- Puissance de calcul  $\nearrow \Rightarrow$  ajout quarks, a  $\searrow$ , le volume  $\nearrow$
- Les années 2010  $\Rightarrow$  calculs à la **masse physique**
- La communauté s'est élargie mondialement répartie en collaborations (**USQCD**, **HPQCD**, ...) ainsi qu'en Europe (**ETMC**, **ALPHA**, **BMW**)
- Depuis 20 ans, la LQCD prédit des résultats utilisés en physique des particules

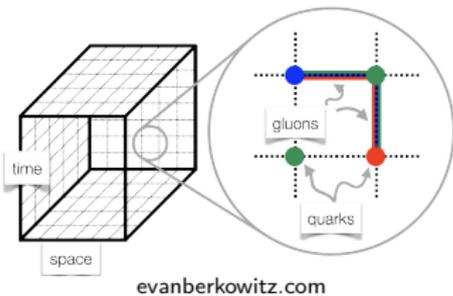


## Calculés sur réseaux :

- $\alpha_S$
- masses des quarks/mesons/hadrons
- constantes de désintégrations
- Fonction densité partonique (PDF)
- $(g - 2) \dots$

# Simulation des champs en LQCD

- 1 On se donne des paramètres :  $\alpha_S$ , masses, taille du réseaux ...
  - 2 On prend une action discrète de la QCD
  - 3 Chaque point du réseau : génération aléatoire des champs  $\Leftrightarrow$  **configuration**
  - 4 Simulation d'un ensemble statistique de configurations (grandeur = moyenne)
- On recommence avec un autre jeu de paramètres



Ens.	$\beta$	$a$ [fm]	$V/a^4$	$a\mu_{sea}$	$m_\pi$ [MeV]	$m_\pi L$	$N_{cfg}$
$A_2$	3.8	0.098	$24^3 \times 48$	0.0080	410	5.0	240
$A_3$				0.0110	480	5.8	240
$B_1$				0.0040	315	3.3	480
$B_2$	3.9	0.085	$24^3 \times 48$	0.0064	400	4.1	240
$B_3$				0.0085	450	4.7	240
$B_4$				0.0100	490	5.0	240
$B_7$				0.0030	275	3.7	240
$B_6$	3.9	0.085	$32^3 \times 64$	0.0040	315	4.3	240
$C_1$				0.0030	300	3.3	240
$C_2$				0.0060	420	4.5	240
$C_3$				0.0080	485	5.2	240
$D_1$	4.2	0.054	$48^3 \times 96$	0.0020	270	3.5	80
$D_2$		0.054	$32^3 \times 64$	0.0065	495	4.3	240

arXiv :1010.3659v2

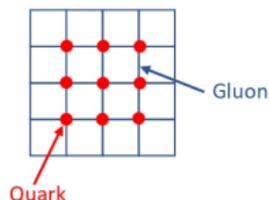
Une **extrapolation** des jeux de paramètres vers les **paramètres physiques** nous donne le résultat final

# Des champs vers les grandeurs physiques

## Les corrélateurs

Ce que l'on a à la fin de la **simulation** :

- Champs de gluons : matrices  $U_\mu(n)$
- Les propagateurs des quarks  $D^{(f)}(n|m)^{-1}$



Comment **calculer**  $m_\pi$  avec  $U$  et  $D^{-1}$ ?

C'est la deuxième partie de la LQCD : **l'analyse**

Pour le pion :

- Opérateur :  $\bar{O}_\pi(n) = \bar{d}(n)\gamma_5 u(n)$      $O_\pi(m) = \bar{u}(m)\gamma_5 d(m)$
- Le **corrélateur** du pion :  $\langle O_\pi(n)\bar{O}_\pi(0) \rangle = -\text{Tr} [\gamma_5 D_u^{-1}(n|0)\gamma_5 D_d^{-1}(0|n)]$

↳ Théorème de Wick & intégrales de chemins

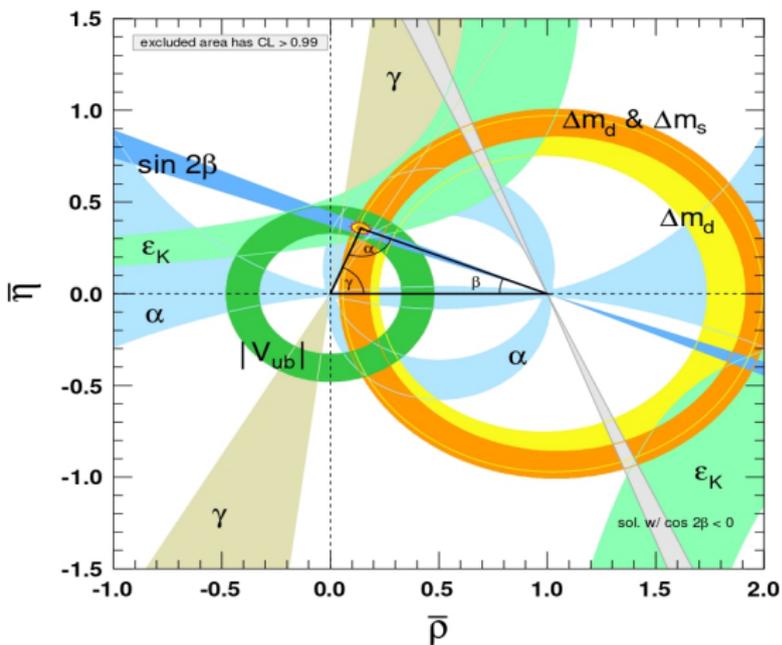
- Fonction de **corrélation** :  $C^{2pts}(t) = \frac{1}{L^3} \sum_{\vec{n}} \langle O_\pi(t, \vec{n})\bar{O}_\pi(0) \rangle$
- Décomposition spectrale :  $C^{2pts}(t) = \sum_k Z_k e^{-tE_k}$

Cette exemple montre comment on peut obtenir des grandeurs physiques intrinsèquement non perturbatives (ici  $m_\pi$ )

- 1 Introduction
- 2 Désintégration  $B_S \rightarrow D_S$ 
  - $V_{CKM}$
  - Les corrélateurs
  - Facteurs de forme
- 3 Conclusion et perspectives

# La matrice Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad V_{CKM} = \begin{pmatrix} 0.97370(14) & 0.2245(8) & 0.00382(24) \\ 0.221(4) & 0.987(11) & \mathbf{0.0410(14)} \\ 0.0080(3) & 0.0388(11) & 1.013(30) \end{pmatrix}$$



Matrice  $V_{CKM} \Leftrightarrow$  transition état propre de masse  $\rightarrow$  interaction faible

Connaitre  $V_{ij}$  avec la plus grande précision  $\Rightarrow$  Contraindre le modèle standard

Voir Particle Data Group 2020

Détermination expérimentale de  $|V_{cb}|$ 

$V_{cb}$  peut être calculé via 2 méthodes

$|V_{cb}|_{incl}$

- Utilise désintégration  $Z_0$  et  $\Upsilon(4S)$
- modèle *ad hoc*
- Valeur calculée  $(42.2 \pm 0.8) \times 10^{-3}$

$|V_{cb}|_{excl}$

- Utilise désintégration  $B \rightarrow D$  et  $B \rightarrow D^*$
- Non perturbatives
- Valeur calculée  $(39.5 \pm 0.9) \times 10^{-3}$

Les deux valeurs sont en accord à  $\approx 1.5\sigma$

Résultat final = moyenne des deux

Notre but :

Améliorer  $|V_{cb}|_{excl}$   Réconcilier 2 méthodes  
Montrer l'incompatibilité

La méthode  $|V_{cb}|_{excl}$ 

Les taux de désintégration sont :

$$\frac{d\Gamma(B \rightarrow D\ell\bar{\nu})}{dw} = \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2}{48\pi^3} f(m_B, m_D, w) \mathcal{G}(w) \quad w = \mathbf{v}_B \cdot \mathbf{v}_{D(*)}$$

$$\frac{d\Gamma(B \rightarrow D^*\ell\bar{\nu})}{dw} = \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2}{48\pi^3} f_*(m_B, m_D, w) \mathcal{F}(w)$$

- calculer  $|V_{cb}|_{excl} \Rightarrow$  connaître  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{G}$
- $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{G}$  doivent être normalisés par  $\mathcal{F}(1)$  et  $\mathcal{G}(1)$
- Équivalent à  $|V_{cb}|_{excl} = |V_{cb}|_{B \rightarrow D}^{expérimental} / \mathcal{G}(1) = |V_{cb}|_{B \rightarrow D(*)}^{expérimental} / \mathcal{F}(1)$

Problème : Dans le formalisme utilisé en QCD standard  $\mathcal{F}/\mathcal{G}(1) = 1 +$  **corrections non perturbatives**

LQCD permet de calculer ces corrections non perturbatives

## Le quark $b$ sur réseaux

Problème : Le quark  $b$  est **très couteux** à mettre sur réseaux

- On le remplace par un **quark  $h$**
- $h$  et  $b$  mêmes propriétés sauf la masse
- On crée plusieurs ( $n = 6$ ) quarks  $h$  avec **différentes** masses

$$\lambda = \left( \frac{m_b}{m_c} \right)^{\frac{1}{n+1}}, \quad m_{h_i} = \lambda^i m_c$$

A la fin on fera une **extrapolation**  $\{h_i\} \rightarrow b$

## Point de départ

Extraction 2 pts  $\rightarrow$  Extraction 3 pts  $\rightarrow$  Smearing  $\rightarrow$  Facteurs de forme intermédiaire  $\rightarrow \mathcal{G}(w)$

On a les propagateurs des quarks  $s$ ,  $c$  et  $h$  avec et sans impulsion

Impulsion sur réseaux :  $\theta$  relié à la vitesse relative  $w = \sqrt{1 + \frac{3\theta^2 \pi^2}{m_{D_s}^2 L^2}}$

Les fonctions de corrélation construites :

- Fonctions à deux points

- ▶  $\langle D_s^{(*)}(\theta) | \overline{D}_s^{(*)}(\theta) \rangle$

- ▶  $\langle H_s^{(*)}(\theta) | \overline{H}_s^{(*)}(\theta) \rangle$

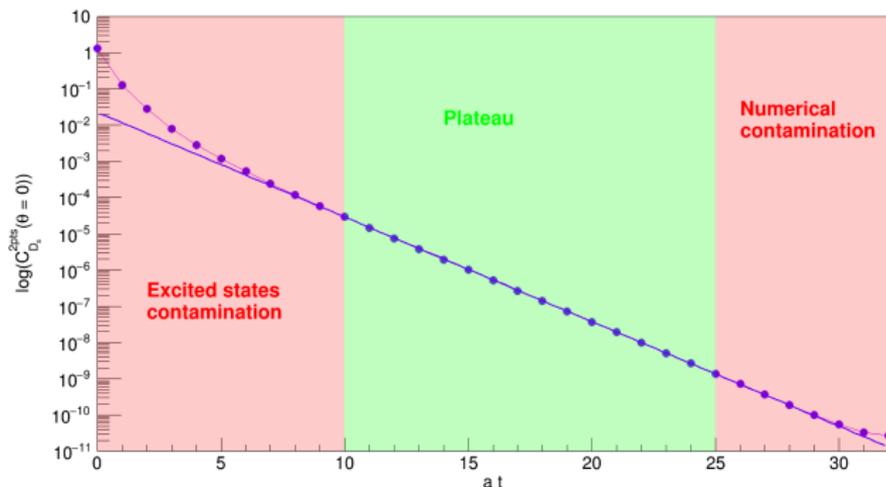
- Fonctions à trois points

- ▶  $\langle D_s(\theta) | V_\mu | H_s \rangle$

- ▶  $\langle D_s(\theta) | A_\mu | H_s^* \rangle$

Corrélateurs 3pts : Ajout d'un opérateur  $\rightarrow$  simule un **courant faible**

## Premiers résultats

Extraction 2 pts  $\rightarrow$  Extraction 3 pts  $\rightarrow$  Smearing  $\rightarrow$  Facteurs de forme intermédiaire  $\rightarrow \mathcal{G}(w)$ On a vu que  $C^{2pts}(t) = \sum_k |Z_k|^2 \exp^{-tE_k}$ ,  $E_1 < E_2 < \dots$  donc :

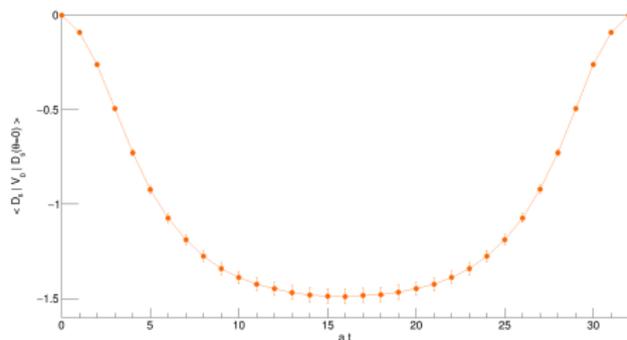
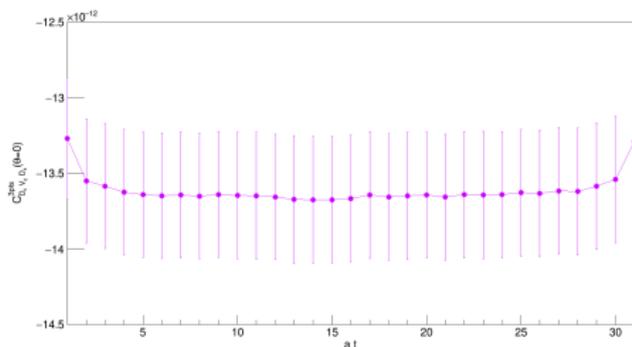
- Supprimer les contributions des **états excités**  
 $\Rightarrow t \gg 0$
- Supprimer **bruit numérique**  
 $\Rightarrow t \ll T/2 = 32$

Particule au repos  $\Rightarrow m_{D_s} = \ln \left( \frac{C^{2pts}(t)}{C^{2pts}(t+1)} \right) = 0.6568(14) \xrightarrow{a=0.0653fm} 1984(4)MeV$

On pourra **fitter**  $Z_{D_s}$ , et autres fonctions à 2 points

$$m_{D_s}^{\text{exp}} = 1968.34(7)MeV$$

## Premiers résultats

Extraction 2 pts  $\rightarrow$  **Extraction 3 pts**  $\rightarrow$  Smearing  $\rightarrow$  Facteurs de forme intermédiaire  $\rightarrow \mathcal{G}(w)$ 

$$C^{3pts}(t, t_i) = \frac{\langle 0 | \hat{O}_{D_S} | D_S \rangle \langle D_S | \Gamma | H_S \rangle \langle H_S | \hat{O}_{H_S}^\dagger | 0 \rangle}{m_{H_S} m_{D_S}} e^{-a(t-t_i)m_{D_S}} e^{-at_i m_{H_S}}$$

$$\Leftrightarrow \langle D_S | \Gamma | H_S \rangle = \frac{Z_{D_S} Z_{H_S} C^{3pts}(t, t_i)}{C_{H_S}^{2pts}(t_i) C_{D_S}^{2pts}(t-t_i)}$$

Rapport 3pts et 2pts  $\rightarrow$  les incertitudes diminuentOn obtient une fonction constante =  $\langle D_S | \Gamma | H_S \rangle$

# Smearing

Extraction 2 pts  $\rightarrow$  Extraction 3 pts  $\rightarrow$  **Smearing**  $\rightarrow$  Facteurs de forme intermédiaire  $\rightarrow \mathcal{G}(w)$

Problèmes :

- Corrélateurs trop bruyants
- Fort taux de contamination

Résoudre ces problèmes :

- Procédure **d'adoucissement** du champ de jauge : le **smearing**
- On répète cette procédure un certain nombre de fois : **niveau de smearing**
- Les propagateurs sont construits avec des champs de jauge smearés
- Les corrélateurs sont construits avec deux propagateurs (smearés)

4 niveaux de smearing :  $\{0, 30, 50, 80\}$   $0 \Leftrightarrow$  pas de smearing

On obtient des fonctions de corrélation **matricielles**

Finalement **résolution d'une équation aux valeurs propres généralisées (GEVP)**

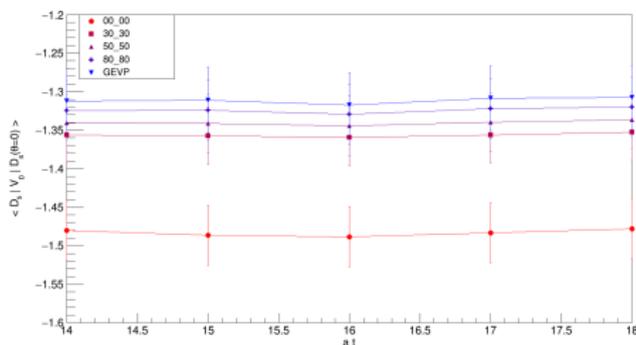
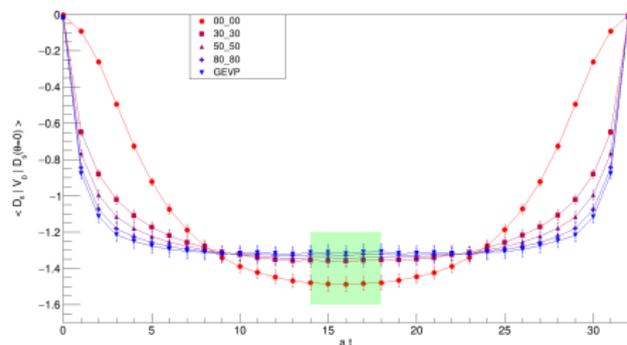
On obtiendra une projection sur l'état fondamental

$\Rightarrow$  **réduction** du bruit et des contaminations des états excités

# Generalized Eigen Value Problem (GEVP) $C^{3pts}(t)$

Extraction 2 pts  $\rightarrow$  Extraction 3 pts  $\rightarrow$  **Smearing**  $\rightarrow$  Facteurs de forme intermédiaire  $\rightarrow \mathcal{G}(w)$

Pour l'élément de matrice on a :  $\langle O_A \Gamma O_B \rangle = \frac{Z_A Z_B C^{3pts}}{C_A^{2pts} C_B^{2pts}}$



On obtient ainsi tout les éléments de matrice ( $\langle O_A \Gamma O_B \rangle$ )

Pareille pour 2 points  $\rightarrow$  **masses**, **énergies**, **couplages au vide** ( $Z$ )

Algorithme de détection **automatique** de plateau  $\rightarrow$  Réduit incertitudes

## Extraction des paramètres

Extraction 2 pts → Extraction 3 pts → Smearing → Facteurs de forme intermédiaire →  $\mathcal{G}(w)$  $m, E, Z$  et  $\langle O_A | \Gamma | O_B \rangle$  sont calculéesOn se concentre sur  $\mathcal{G}$ 

$$\mathcal{M} = \langle D_s(k) | \bar{b} \gamma_\mu c | H_s(p) \rangle$$

$$\vec{p} = 0, |\vec{k}|^2 = |\vec{\theta}|^2 \pi/L, q = p - k$$

Décomposition  $\mathcal{M} = (p+k)_\mu f_+(q^2) + q_\mu \frac{m_{H_s} - m_{D_s}}{q^2} [f_0(q^2) - f_+(q^2)]$

$$f_0(q^2) = \frac{m_{H_s} - m_{D_s}}{m_{H_s} + m_{D_s}} \frac{q_\mu}{q_{max}^2} \mathcal{M}, \quad f_+(q^2) = \frac{m_{H_s} - E_{D_s}}{2\vec{q}^2 m_{B_s}} \left( \frac{\vec{q}^2}{m_{H_s} - E_{D_s}}, \vec{q} \right) \mathcal{M}$$

$$h_+(q^2) = \frac{m_{H_s} + m_{D_s}}{\sqrt{4m_{H_s} m_{D_s}}} \frac{q_{max}^2}{q^2} \left[ f_0(q^2) + \left( 1 - \frac{q^2}{q_{max}^2} \right) f_+(q^2) \right]$$

$$R_0(q^2) = \frac{f_0(q^2)}{f_+(q^2)}, \quad H(w) = \frac{R_0(w)(m_{B_s} + m_{D_s})^2 - 2m_{B_s} m_{D_s}(w+1)}{R_0(w)(m_{B_s} - m_{D_s})^2 - 2m_{B_s} m_{D_s}(w-1)}$$

$$\mathcal{G}^{\text{lat}}(w) = h_+(w) \left[ 1 - \left( \frac{m_{B_s} - m_{D_s}}{m_{B_s} + m_{D_s}} \right)^2 H(w) \right]$$

# Extrapolation à recul nul

Extraction 2 pts → Extraction 3 pts → Smearing → Facteurs de forme intermédiaire →  $\mathcal{G}(w)$

Actuellement j'en suis à cette étape  
La majeure partie du travail a été faite en 9 mois

Problèmes :

- $\mathcal{G}(1)^{\text{lat}}$  n'est pas calculable
- $\mathcal{G}^{\text{lat}}(1, \lambda^k m_c, m_c, a)$  pour un quark  $h$

Solutions :

⇒ Fit  $\mathcal{G}^{\text{lat}}(w)$

$$\bullet \mathcal{G}^{\text{lat}}(1, \lambda^k m_c, m_c, a) \text{ pour un quark } h \Rightarrow \Sigma_k(1, a^2) = \frac{\mathcal{G}^{\text{lat}}(1, \lambda^{k+1} m_c, m_c, a^2)}{\mathcal{G}^{\text{lat}}(1, \lambda^k m_c, m_c, a^2)}$$

$$\sigma_k = \lim_{a \rightarrow 0} \Sigma_k$$

$$\mathcal{G}^{\text{phy}}(1) = \left( \prod_{k=0}^n \sigma_k(1) \right) \times \underbrace{\mathcal{G}^{\text{lat}}(1, m_c, m_c)}_{=1}$$

$$|\mathbf{V}_{\text{cb}}|_{\text{excl}} = |\mathbf{V}_{\text{cb}}|_{\text{B} \rightarrow \text{D}}^{\text{expérimental}} / \mathcal{G}^{\text{phy}}(1)$$

# État de l'art

$\mathcal{G}(1)$  déjà calculé sur réseaux

- Soit à la masse du  $b$   
Utilise une action controverser (staggered)
- Soit avec des quarks  $h$  [arXiv :1310.5238v3](#)  
2 saveurs de quarks

Comparaison avec l'autre équipe ([arXiv :1310.5238v3](#))

**Différences :**

- Pas la même action
- Pas les mêmes réseaux

**Nouveaux :**

- $\frac{d\Gamma(B \rightarrow D^* \ell \bar{\nu})}{dw} = \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2}{48\pi^3} f_*^2(m_B, m_D, w) \mathcal{F}(w)$
- Ensemble de réseaux suffisamment grand pour **passer les critères FLAG** actuels
- Possibilité d'ajouter une troisième saveur de quark (mer)

- 1 Introduction
- 2 Désintégration  $B_S \rightarrow D_S$
- 3 Conclusion et perspectives**

## Conclusion

### Travail effectué :

- Réalisation d'un code d'analyse pour les désintégrations  $B_s \rightarrow D_s$  et  $B_s \rightarrow D_s^*$
- $\mathcal{G}(w)$  pour un réseau

### A faire :

- Extrapolation  $w \rightarrow 1$
- Utiliser mon programme sur les autres réseaux
- Étendre le calcul pour  $\mathcal{F}(w)$

### Enjeux :

- Publication des résultats  $\rightarrow$  améliorations  $\mathcal{G}(1)$  et  $\mathcal{F}(1)$
- Réduction des biais  $|V_{cb}|_{excl}$
- Améliorer l'accord ou l'incompatibilité entre  $|V_{cb}|_{excl}$  et  $|V_{cb}|_{incl}$
- ↗ Précision  $V_{cb} \rightarrow$  recherche nouvelle physique

## Perspectives :

### En physique du $B$

- ↗ Nombre de saveurs
- Réseaux plus grands
- $V_{ub}$  et autres éléments de matrice
- Recherche sur les quarkonia

### Mes deux autres projets :

- Implémentation du schéma de renormalisation RI-SMOM
  - Déjà commencée (début de thèse)
  - Détermination plus précise des constantes de renormalisation
- Projet de calcul du moment dipolaire électrique du neutron

*Merci pour votre attention !*