

Désintégration de mesons B_S en QCD sur réseaux

Pierre Henri Cahue

Directeurs : Mariane Mangin-Brinet, Savvas Zafeiropoulos

En collaboration avec : Benoît Blossier

Laboratoire de physique subatomique et cosmologique
Grenoble, France

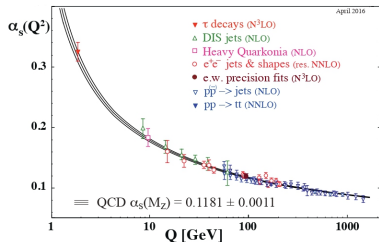
8 Juillet 2020



- 1 Introduction
 - Pourquoi utiliser la QCD sur réseaux (LQCD) ?
 - Principe de la LQCD
- 2 Désintégration $B_S \rightarrow D_S$
 - V_{CKM}
 - Les corrélateurs
 - Facteurs de forme
- 3 Conclusion et perspectives

La constante de couplage α_s

α_s : paramètre fondamental de la ChromoDynamique Quantique (QCD)



Workshop Proceedings, ECT* arXiv :1907.01435v1

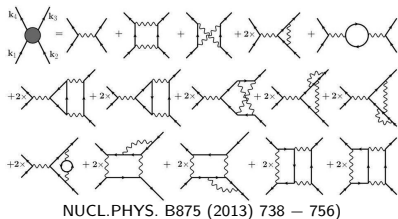
- α_s : **l'intensité** de l'interaction forte
- α_s est fonction de l'énergie
- à très haute énergie plus d'interaction
→ **liberté asymptotique**
- à basse énergie possible augmentation voir **divergence** d' α_s

α_s à basse énergie pose problème pour QCD

La Théorie des perturbations

Théorie Quantique des Champs (QFT) **trop complexe**

- Résolution directe de l'interaction souvent impossible
- On transforme l'interaction en somme de **perturbations**
- On sait calculer chaque perturbation



- Développement en puissance d' α_s
- Complexité des termes augmente rapidement
- Leurs contributions deviennent faibles
- La série converge si $\alpha_s \ll 1$
- Converge vers la valeur physique

Limitation de la QCD : basse énergie \rightarrow convergence **pas assurée**

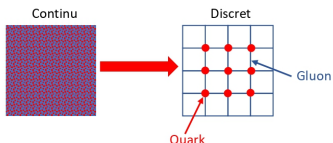
Discrétisation de l'espace-temps.

QCD à basse énergie :

- Augmentation du nombre d'interactions
- Particules virtuelles plus nombreuses et plus proches

Discrétisation de l'espace temps

- Point séparé d'une longueur a : **la maille** (Régularisateur)
- Les particules ont une distance minimale entre elles : a
- Les interactions sont des chemins sur les arrêtes
- Réseaux de taille finie \Rightarrow nombre d'interactions est dénombrable

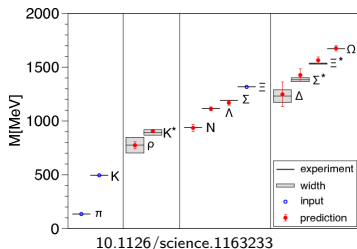


- Quarks : particules soumises à l'interaction forte
- Gluons : particules médiatrices de l'interaction forte

La LQCD permet de calculer la QCD à basse énergie avec une erreur $\mathcal{O}(a)$

La LQCD en chiffres.

- LQCD longtemps considérée comme non prédictive/limitée
- Puissance de calculs \Rightarrow LQCD sans quarks / gluon + champ moyen
- Puissance de calcul $\nearrow \Rightarrow$ ajout quarks, a \searrow , le volume \nearrow
- Les années 2010 \Rightarrow calculs à la **masse physique**
- La communauté s'est élargie mondialement répartie en collaborations (**USQCD**, **HPQCD**, ...) ainsi qu'en Europe (**ETMC**, **ALPHA**, **BMW**)
- Depuis 20 ans, la LQCD prédit des résultats utilisés en physique des particules

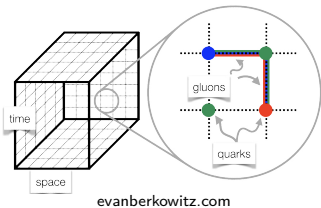


Calculés sur réseaux :

- α_S
- masses des quarks/mesons/hadrons
- constantes de désintégrations
- Fonction densité partonique (PDF)
- $(g - 2) \dots$

Simulation des champs en LQCD

- 1 On se donne des paramètres : α_S , masses, taille du réseaux ...
 - 2 On prend une action discrète de la QCD
 - 3 Chaque point du réseau : génération aléatoire des champs \Leftrightarrow **configuration**
 - 4 Simulation d'un ensemble statistique de configurations (grandeur = moyenne)
- On recommence avec un autre jeu de paramètres



Ens.	β	a [fm]	V/a^4	$a\mu_{sea}$	m_π [MeV]	$m_\pi L$	N_{cfg}
A_2	3.8	0.098	$24^3 \times 48$	0.0080	410	5.0	240
A_3				0.0110	480	5.8	240
B_1				0.0040	315	3.3	480
B_2	3.9	0.085	$24^3 \times 48$	0.0064	400	4.1	240
B_3				0.0085	450	4.7	240
B_4				0.0100	490	5.0	240
B_7				0.0030	275	3.7	240
B_6	3.9	0.085	$32^3 \times 64$	0.0040	315	4.3	240
C_1				0.0030	300	3.3	240
C_2				0.0060	420	4.5	240
C_3				0.0080	485	5.2	240
D_1	4.2	0.054	$48^3 \times 96$	0.0020	270	3.5	80
D_2		0.054	$32^3 \times 64$	0.0065	495	4.3	240

arXiv :1010.3659v2

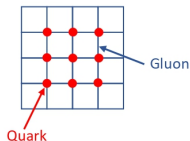
Une **extrapolation** des jeux de paramètres vers les **paramètres physiques** nous donne le résultat final

Des champs vers les grandeurs physiques

Les corrélateurs

Ce que l'on a à la fin de la **simulation** :

- Champs de gluons : matrices $U_\mu(n)$
- Les propagateurs des quarks $D^{(f)}(n|m)^{-1}$



Comment **calculer** m_π avec U et D^{-1} ?

C'est la deuxième partie de la LQCD : **l'analyse**

Pour le pion :

- Opérateur : $\bar{O}_\pi(n) = \bar{d}(n)\gamma_5 u(n)$ $O_\pi(m) = \bar{u}(m)\gamma_5 d(m)$
- Le **corrélateur** du pion : $\langle O_\pi(n)\bar{O}_\pi(0) \rangle = -\text{Tr} [\gamma_5 D_u^{-1}(n|0)\gamma_5 D_d^{-1}(0|n)]$

↳ Théorème de Wick & intégrales de chemins

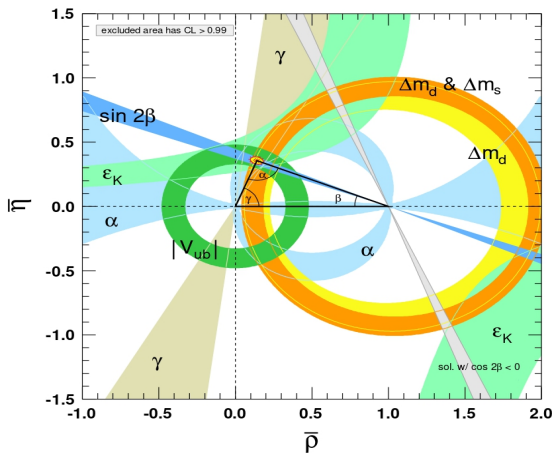
- Fonction de **corrélation** : $C^{2pts}(t) = \frac{1}{L^3} \sum_{\vec{n}} \langle O_\pi(t, \vec{n})\bar{O}_\pi(0) \rangle$
- Décomposition spectrale : $C^{2pts}(t) = \sum_k Z_k e^{-tE_k}$

Cette exemple montre comment on peut obtenir des grandeurs physiques intrinsèquement non perturbatives (ici m_π)

- 1 Introduction
- 2 Désintégration $B_S \rightarrow D_S$
 - V_{CKM}
 - Les corrélateurs
 - Facteurs de forme
- 3 Conclusion et perspectives

La matrice Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad V_{CKM} = \begin{pmatrix} 0.97370(14) & 0.2245(8) & 0.00382(24) \\ 0.221(4) & 0.987(11) & \mathbf{0.0410(14)} \\ 0.0080(3) & 0.0388(11) & 1.013(30) \end{pmatrix}$$



Matrice $V_{CKM} \Leftrightarrow$ transition état propre de masse \rightarrow interaction faible

Connaitre V_{ij} avec la plus grande précision \Rightarrow Contraindre le modèle standard

Voir Particle Data Group 2020

Détermination expérimentale de $|V_{cb}|$

V_{cb} peut être calculé via 2 méthodes

$|V_{cb}|_{incl}$

- Utilise désintégration Z_0 et $\Upsilon(4S)$
- modèle *ad hoc*
- Valeur calculée $(42.2 \pm 0.8) \times 10^{-3}$


$|V_{cb}|_{excl}$

- Utilise désintégration $B \rightarrow D$ et $B \rightarrow D^*$
- Non perturbatives
- Valeur calculée $(39.5 \pm 0.9) \times 10^{-3}$

Les deux valeurs sont en accord à $\approx 1.5\sigma$

Résultat final = moyenne des deux

Notre but :

Améliorer $|V_{cb}|_{excl}$  Réconcilier 2 méthodes
Montrer l'incompatibilité

La méthode $|V_{cb}|_{excl}$

Les taux de désintégration sont :

$$\frac{d\Gamma(B \rightarrow D\ell\bar{\nu})}{dw} = \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2}{48\pi^3} f(m_B, m_D, w) \mathcal{G}(w) \quad w = \mathbf{v}_B \cdot \mathbf{v}_{D(*)}$$

$$\frac{d\Gamma(B \rightarrow D^*\ell\bar{\nu})}{dw} = \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2}{48\pi^3} f_*(m_B, m_D, w) \mathcal{F}(w)$$

- calculer $|V_{cb}|_{excl} \Rightarrow$ connaître \mathcal{F} et \mathcal{G}
- \mathcal{F} et \mathcal{G} doivent être normalisés par $\mathcal{F}(1)$ et $\mathcal{G}(1)$
- Équivalent à $|V_{cb}|_{excl} = |V_{cb}|_{B \rightarrow D}^{expérimental} / \mathcal{G}(1) = |V_{cb}|_{B \rightarrow D(*)}^{expérimental} / \mathcal{F}(1)$

Problème : Dans le formalisme utilisé en QCD standard $\mathcal{F}/\mathcal{G}(1) = 1 +$ **corrections non perturbatives**

LQCD permet de calculer ces corrections non perturbatives

Le quark b sur réseaux

Problème : Le quark b est **très couteux** à mettre sur réseaux

- On le remplace par un **quark h**
- h et b mêmes propriétés sauf la masse
- On crée plusieurs ($n = 6$) quarks h avec **différentes** masses

$$\lambda = \left(\frac{m_b}{m_c} \right)^{\frac{1}{n+1}}, \quad m_{h_i} = \lambda^i m_c$$

A la fin on fera une **extrapolation** $\{h_i\} \rightarrow b$

Point de départ

Extraction 2 pts \rightarrow Extraction 3 pts \rightarrow Smearing \rightarrow Facteurs de forme intermédiaire $\rightarrow \mathcal{G}(w)$

On a les propagateurs des quarks s , c et h avec et sans impulsion

Impulsion sur réseaux : θ relié à la vitesse relative $w = \sqrt{1 + \frac{3\theta^2 \pi^2}{m_{D_s}^2 L^2}}$

Les fonctions de corrélation construites :

- Fonctions à deux points

- ▶ $\langle D_s^{(*)}(\theta) | \overline{D}_s^{(*)}(\theta) \rangle$

- ▶ $\langle H_s^{(*)}(\theta) | \overline{H}_s^{(*)}(\theta) \rangle$

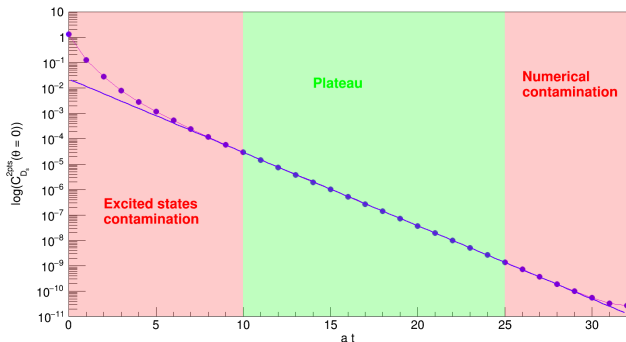
- Fonctions à trois points

- ▶ $\langle D_s(\theta) | V_\mu | H_s \rangle$

- ▶ $\langle D_s(\theta) | A_\mu | H_s^* \rangle$

Corrélateurs 3pts : Ajout d'un opérateur \rightarrow simule un **courant faible**

Premiers résultats

Extraction 2 pts \rightarrow Extraction 3 pts \rightarrow Smearing \rightarrow Facteurs de forme intermédiaire $\rightarrow \mathcal{G}(w)$ On a vu que $C^{2pts}(t) = \sum_k |Z_k|^2 \exp^{-tE_k}$, $E_1 < E_2 < \dots$ donc :

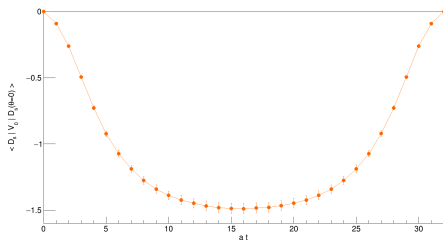
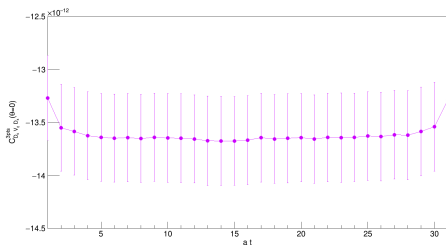
- Supprimer les contributions des **états excités**
 $\Rightarrow t \gg 0$
- Supprimer **bruit numérique**
 $\Rightarrow t \ll T/2 = 32$

Particule au repos $\Rightarrow m_{D_S} = \ln \left(\frac{C^{2pts}(t)}{C^{2pts}(t+1)} \right) = 0.6568(14) \xrightarrow{a=0.0653fm} 1984(4)MeV$

On pourra **fitter** Z_{D_S} , et autres fonctions à 2 points

$$m_{D_S}^{\text{exp}} = 1968.34(7)MeV$$

Premiers résultats

Extraction 2 pts \rightarrow Extraction 3 pts \rightarrow Smearing \rightarrow Facteurs de forme intermédiaire $\rightarrow \mathcal{G}(w)$ 

$$C^{3pts}(t, t_i) = \frac{\langle 0 | \hat{O}_{D_S} | D_S \rangle \langle D_S | \Gamma | H_S \rangle \langle H_S | \hat{O}_{H_S}^\dagger | 0 \rangle}{m_{H_S} m_{D_S}} e^{-a(t-t_i)m_{D_S}} e^{-at_i m_{H_S}}$$

$$\Leftrightarrow \langle D_S | \Gamma | H_S \rangle = \frac{Z_{D_S} Z_{H_S} C^{3pts}(t, t_i)}{C_{H_S}^{2pts}(t_i) C_{D_S}^{2pts}(t-t_i)}$$

Rapport 3pts et 2pts \rightarrow les incertitudes diminuentOn obtient une fonction constante $= \langle D_S | \Gamma | H_S \rangle$

Smearing

Extraction 2 pts \rightarrow Extraction 3 pts \rightarrow **Smearing** \rightarrow Facteurs de forme intermédiaire $\rightarrow \mathcal{G}(w)$

Problèmes :

- Corrélateurs trop bruyants
- Fort taux de contamination

Résoudre ces problèmes :

- Procédure **d'adoucissement** du champ de jauge : le **smearing**
- On répète cette procédure un certain nombre de fois : **niveau de smearing**
- Les propagateurs sont construits avec des champs de jauge smearés
- Les corrélateurs sont construits avec deux propagateurs (smearés)

4 niveaux de smearing : $\{0, 30, 50, 80\}$ $0 \Leftrightarrow$ pas de smearing

On obtient des fonctions de corrélation **matricielles**

Finalement **résolution d'une équation aux valeurs propres généralisées (GEVP)**

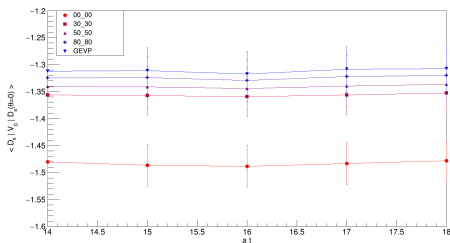
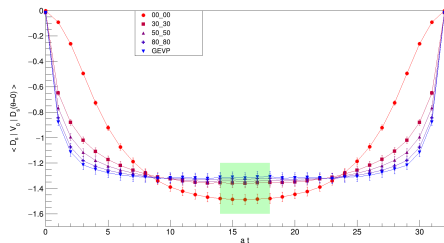
On obtiendra une projection sur l'état fondamental

\Rightarrow **réduction** du bruit et des contaminations des états excités

Generalized Eigen Value Problem (GEVP) $C^{3pts}(t)$

Extraction 2 pts \rightarrow Extraction 3 pts \rightarrow **Smearing** \rightarrow Facteurs de forme intermédiaire $\rightarrow \mathcal{G}(w)$

Pour l'élément de matrice on a : $\langle O_A \Gamma O_B \rangle = \frac{Z_A Z_B C^{3pts}}{C_A^{2pts} C_B^{2pts}}$



On obtient ainsi tout les éléments de matrice ($\langle O_A \Gamma O_B \rangle$)

Pareille pour 2 points \rightarrow **masses**, **énergies**, **couplages au vide** (Z)

Algorithme de détection **automatique** de plateau \rightarrow Réduit incertitudes

Extraction des paramètres

Extraction 2 pts → Extraction 3 pts → Smearing → Facteurs de forme intermédiaire → $\mathcal{G}(w)$ m, E, Z et $\langle O_A | \Gamma | O_B \rangle$ sont calculéesOn se concentre sur \mathcal{G}

$$\mathcal{M} = \langle D_s(k) | \bar{b} \gamma_\mu c | H_s(p) \rangle$$

$$\vec{p} = 0, |\vec{k}|^2 = |\vec{\theta}|^2 \pi/L, q = p - k$$

Décomposition $\mathcal{M} = (p+k)_\mu f_+(q^2) + q_\mu \frac{m_{H_s} - m_{D_s}}{q^2} [f_0(q^2) - f_+(q^2)]$

$$f_0(q^2) = \frac{m_{H_s} - m_{D_s}}{m_{H_s} + m_{D_s}} \frac{q_\mu}{q_{max}^2} \mathcal{M}, \quad f_+(q^2) = \frac{m_{H_s} - E_{D_s}}{2\vec{q}^2 m_{B_s}} \left(\frac{\vec{q}^2}{m_{H_s} - E_{D_s}}, \vec{q} \right) \mathcal{M}$$

$$h_+(q^2) = \frac{m_{H_s} + m_{D_s}}{\sqrt{4m_{H_s} m_{D_s}}} \frac{q_{max}^2}{q^2} \left[f_0(q^2) + \left(1 - \frac{q^2}{q_{max}^2} \right) f_+(q^2) \right]$$

$$R_0(q^2) = \frac{f_0(q^2)}{f_+(q^2)}, \quad H(w) = \frac{R_0(w)(m_{B_s} + m_{D_s})^2 - 2m_{B_s} m_{D_s}(w+1)}{R_0(w)(m_{B_s} - m_{D_s})^2 - 2m_{B_s} m_{D_s}(w-1)}$$

$$\mathcal{G}^{\text{lat}}(w) = h_+(w) \left[1 - \left(\frac{m_{B_s} - m_{D_s}}{m_{B_s} + m_{D_s}} \right)^2 H(w) \right]$$

Extrapolation à recul nul

Extraction 2 pts → Extraction 3 pts → Smearing → Facteurs de forme intermédiaire → $\mathcal{G}(w)$

Actuellement j'en suis à cette étape
La majeure partie du travail a été faite en 9 mois

Problèmes :

- $\mathcal{G}(1)^{\text{lat}}$ n'est pas calculable
- $\mathcal{G}^{\text{lat}}(1, \lambda^k m_c, m_c, a)$ pour un quark h

Solutions :

⇒ Fit $\mathcal{G}^{\text{lat}}(w)$

$$\bullet \mathcal{G}^{\text{lat}}(1, \lambda^k m_c, m_c, a) \text{ pour un quark } h \Rightarrow \Sigma_k(1, a^2) = \frac{\mathcal{G}^{\text{lat}}(1, \lambda^{k+1} m_c, m_c, a^2)}{\mathcal{G}^{\text{lat}}(1, \lambda^k m_c, m_c, a^2)}$$

$$\sigma_k = \lim_{a \rightarrow 0} \Sigma_k$$

$$\mathcal{G}^{\text{phy}}(1) = \left(\prod_{k=0}^n \sigma_k(1) \right) \times \underbrace{\mathcal{G}^{\text{lat}}(1, m_c, m_c)}_{=1}$$

$$|\mathbf{V}_{\text{cb}}|_{\text{excl}} = |\mathbf{V}_{\text{cb}}|_{\text{B} \rightarrow \text{D}}^{\text{expérimental}} / \mathcal{G}^{\text{phy}}(1)$$

État de l'art

$\mathcal{G}(1)$ déjà calculé sur réseaux

- Soit à la masse du b
Utilise une action controverser (staggered)
- Soit avec des quarks h [arXiv :1310.5238v3](#)
2 saveurs de quarks

Comparaison avec l'autre équipe ([arXiv :1310.5238v3](#))

Différences :

- Pas la même action
- Pas les mêmes réseaux

Nouveaux :

- $\frac{d\Gamma(B \rightarrow D^* \ell \bar{\nu})}{dw} = \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2}{48\pi^3} f_*^2(m_B, m_D, w) \mathcal{F}(w)$
- Ensemble de réseaux suffisamment grand pour **passer les critères FLAG** actuels
- Possibilité d'ajouter une troisième saveur de quark (mer)

- 1 Introduction
- 2 Désintégration $B_S \rightarrow D_S$
- 3 Conclusion et perspectives**

Conclusion

Travail effectué :

- Réalisation d'un code d'analyse pour les désintégrations $B_s \rightarrow D_s$ et $B_s \rightarrow D_s^*$
- $\mathcal{G}(w)$ pour un réseau

A faire :

- Extrapolation $w \rightarrow 1$
- Utiliser mon programme sur les autres réseaux
- Étendre le calcul pour $\mathcal{F}(w)$

Enjeux :

- Publication des résultats \rightarrow améliorations $\mathcal{G}(1)$ et $\mathcal{F}(1)$
- Réduction des biais $|V_{cb}|_{excl}$
- Améliorer l'accord ou l'incompatibilité entre $|V_{cb}|_{excl}$ et $|V_{cb}|_{incl}$
- ↗ Précision $V_{cb} \rightarrow$ recherche nouvelle physique

Perspectives :

En physique du B

- ↗ Nombre de saveurs
- Réseaux plus grands
- V_{ub} et autres éléments de matrice
- Recherche sur les quarkonia

Mes deux autres projets :

- Implémentation du schéma de renormalisation RI-SMOM
 - Déjà commencée (début de thèse)
 - Détermination plus précise des constantes de renormalisation
- Projet de calcul du moment dipolaire électrique du neutron

Merci pour votre attention !