

# Les trous noirs méritent-ils le Nobel ?

Aurélien Barrau

*Université Grenoble-Alpes*

*Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie*

*Centre de Physique Théorique Grenoble-Alpes*

Réponse 1 : Le Nobel, on s'en fout.



Réponse 2 : Mais, quand-même, oui 😊.

# Quelques mots sur la relativité générale

Les corps chutent de la même manière.

$mg=ma$  ☺

La gravitation est démocratique. Pas besoin de force, juste un mouvement du référentiel = principe d'équivalence.

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

→

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Ceci définit la métrique qui encode la géométrie.  
Le monde n'est pas euclidien.

Que faut-il faire?

- 1) Déterminer comment s'écrit la physique en espace courbe
- 2) Déterminer comment le contenu crée la courbure

Le point 1) :

Les lois de la physique dans le référentiel en chute libre sont celles bien connues en relativité restreinte. Les lois tensorielles restent justes → principe de covariance généralisée

Mais il faut redéfinir la dérivation → dérivation covariante.

$$\partial_\mu V^\nu \rightarrow \partial_{\mu'} V^{\nu'} = \left( \frac{\partial x^\mu}{\partial x^{\mu'}} \partial_\mu \right) \left( \frac{\partial x^{\nu'}}{\partial x^\nu} V^\nu \right) = \frac{\partial x^\mu}{\partial x^{\mu'}} \cdot \frac{\partial x^{\nu'}}{\partial x^\nu} \partial_\mu V^\nu + \frac{\partial x^\mu}{\partial x^{\mu'}} \frac{\partial^2 x^{\nu'}}{\partial x^\mu \partial x^\nu} V^\nu.$$

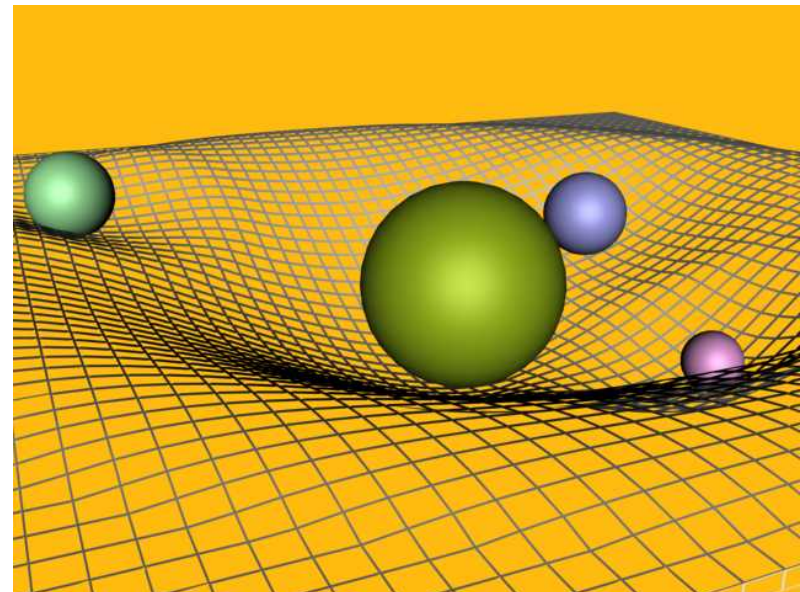
$$\begin{aligned} \partial_\mu F^{\mu\nu} &= j^\nu \\ \partial^{[\sigma} F^{\mu\nu]} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_\mu F^{\mu\nu} &= j^\nu \\ D^{[\sigma} F^{\mu\nu]} &= 0. \end{aligned}$$

$$\frac{Dq^\mu}{Ds} = \frac{dq^\mu}{ds} + \Gamma^\mu_{\sigma\rho} q^\sigma \left( \frac{dx^\rho}{ds} \right).$$

Le point 2) :

Soit  $T_{\mu\nu}$  l'objet qui définit le contenu de l'espace temps.



**On pose un certain nombre de contraintes « naturelles » et on construit un unique objet qui décrit la géométrie!**

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$$

**Supposons enfin que G soit proportionnel à T et exigeons de retrouver la limite newtonienne.**

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

- **L'espace devient une entité physique → unification**
- **Plus de structure fixe ou figée, plus de « fond »**
- **A noter que  $G/c^4$**
- **Une machine pour calculer la métrique**

## Une première solution simple

### LA COSMOLOGY.

Symétries + immersion dans un 4-espace euclidien  $\sigma \equiv r/a(t)$

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left( \frac{d\sigma^2}{1 - k\sigma^2} + \sigma^2 d\Omega^2 \right)$$

Les eq. d'Einstein conduisent à :

$$H^2 = \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2}$$

Magnifique détermination de l'histoire de l'Univers

Mais singularité initiale.

**Et la singularité à l'origine ?**

**Théorèmes de Penrose-Hawking.**

**2 singularités en RG : type espace (la matière est « implosée » en un point – TN de Sc) et type temps (les géodésiques de type lumière viennent d'une zone de courbure infinie – TN de type K, RS, KN).**

- 1) Singularité inévitable dans les trous noirs (sous condition d'énergie faible)**
- 2) Singularité inévitable en cosmologie (sous condition d'énergie dominante). Inflation ?**

**Essentiellement, le théorème stipule qu'une singularité se forme nécessairement quand un horizon apparaît ce qui n'était pas du tout évident.**

**La démonstration ne permet pas de déterminer le type de singularité. → Orbifolds**

**Incomplétude géodésique. La RG est lacunaire.**

# LES TROUS NOIRS.

Laplace et Mitchell, au XVIII<sup>e</sup> siècle.

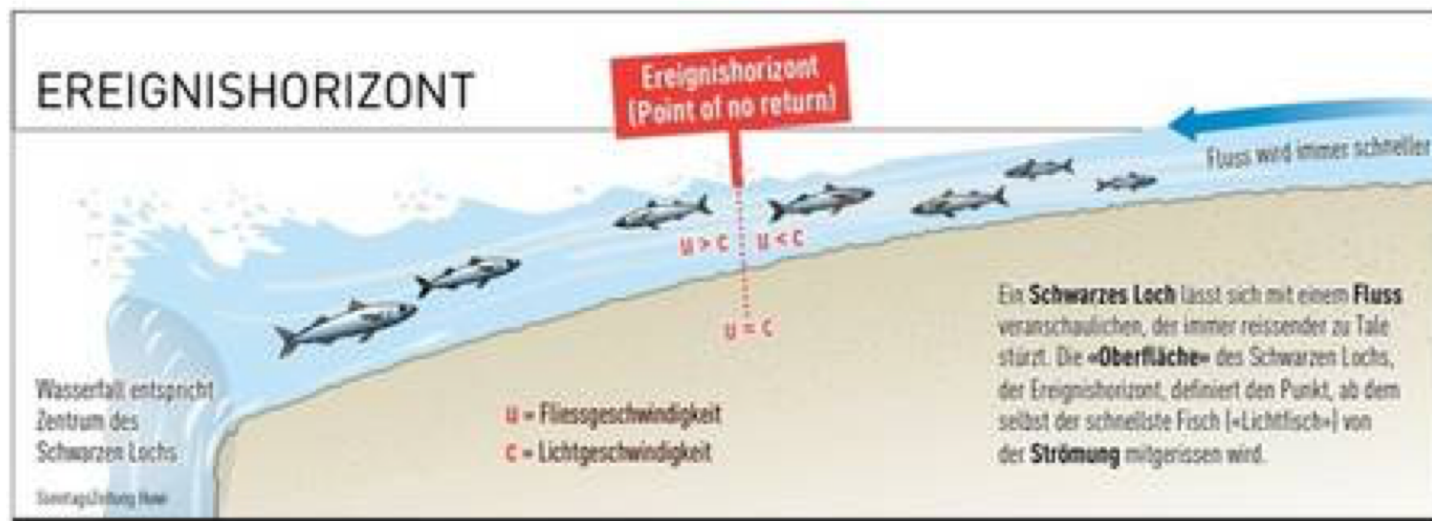
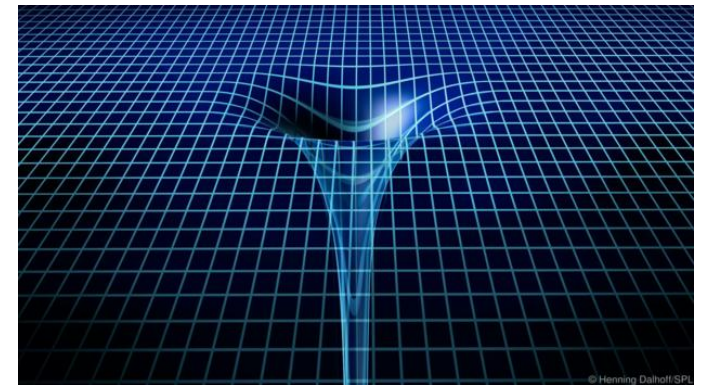
Par « chance » le calcul classique ( $mc^2/2=GmM/R$ ) fonctionne !

$$R=2GM/c^2$$

Quelques mm pour la Terre

Début du XX<sup>e</sup> siècle = solution de Schwarzschild

Oppenheimer et Lemaître (1939)



# Les trous noirs, êtres sans echelle, boules de géométrie

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega^2$$

Un trou noir est une région telle que  $r < 2GM$  est accessible. (Pour une étoile,  $2GM$  est à l'intérieur !)

$R = 2GM$  est l'horizon. Immatériel.

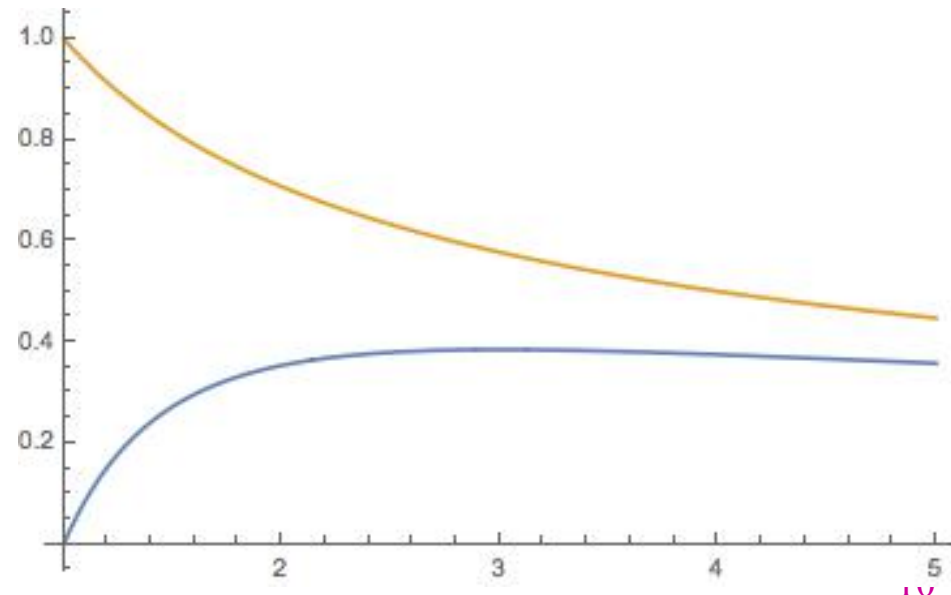
Machine à voyager dans le futur.

A l'intérieur : Espace  $\leftrightarrow$  Temps (Rappel en espace euclidien :  $ds^2 = dt^2 - dx^2$ )

Différentes coordonnées sont possibles :

- Observateur archiviste
- Observateur « coquille »

$$\rightarrow \frac{dr}{dt} = - \left(1 - \frac{2GM}{r}\right) \left(\frac{2GM}{r}\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$\frac{dr_{\text{coq}}}{dt_{\text{coq}}} = - \left(\frac{2GM}{r}\right)^{\frac{1}{2}}$$





Dans le trou noir ...

$$dt_{\text{chute}} = -\gamma V_{\text{rel}} \times dr_{\text{coq}} + \gamma \times dt_{\text{coq}} \quad \text{Juste de la RR}$$

En substituant et remplaçant dans la métrique. On trouve le mouvement de la lumière et écrivant  $ds=0$ . Et même la lumière émise vers l'extérieur va vers l'intérieur !

$$\frac{dr}{dt_{\text{chute}}} = - \left( \frac{2GM}{r} \right)^{\frac{1}{2}} \pm 1 \quad \text{Toujours } < 0 \text{ dans le trou noir !}$$

$$ds^2 = \left( 1 - \frac{2GM}{r} \right) dt^2 - \left( 1 - \frac{2GM}{r} \right)^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega^2$$

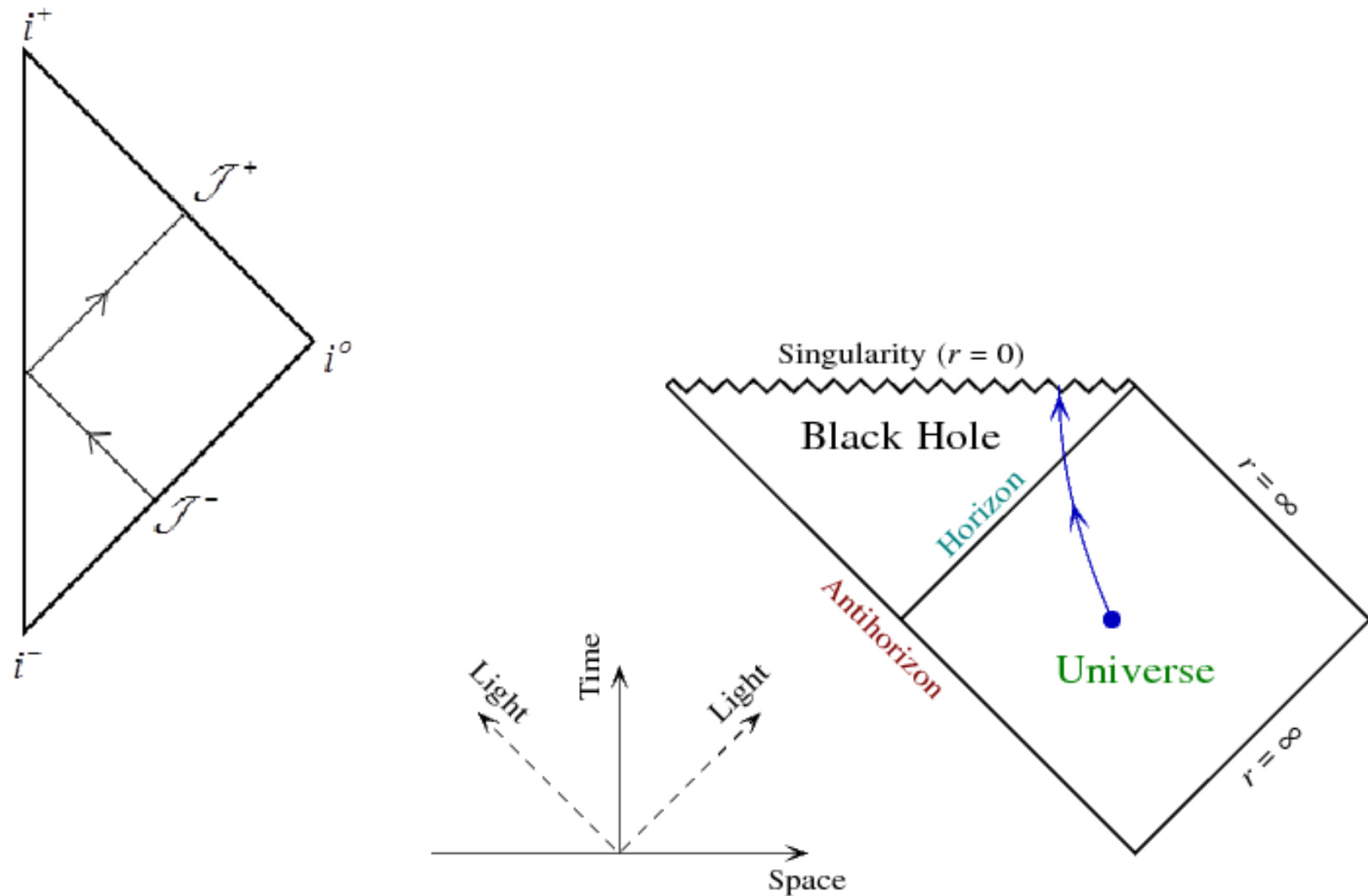
La lumière (pluriel ?) ralentit-elle ? La singularité en  $r=2GM$  est-elle physique ?

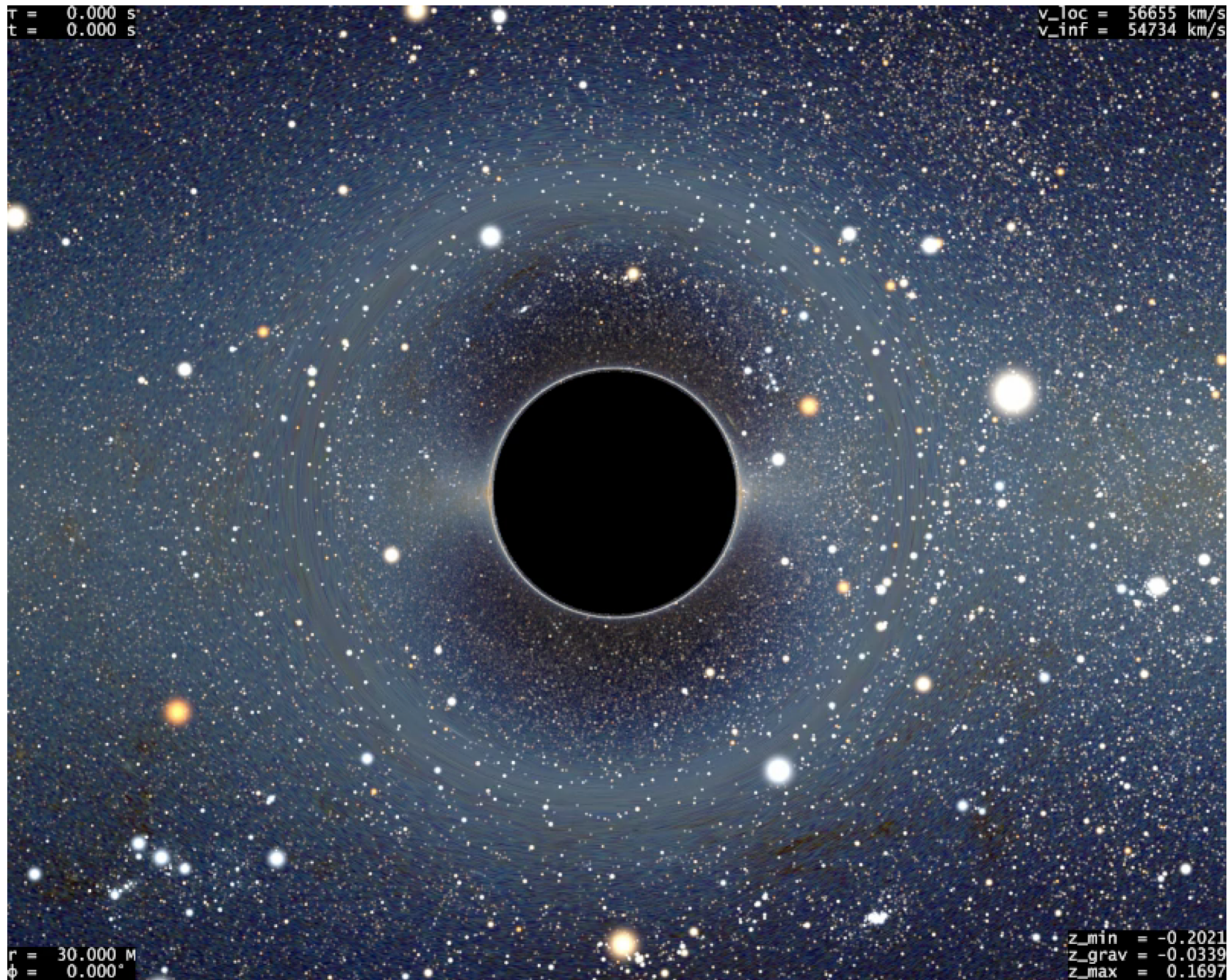
$$ds^2 = \left( 1 - \frac{2GM}{r} \right) dt_{\text{chute}}^2 - 2 \left( \frac{2GM}{r} \right)^{1/2} dt_{\text{chute}} dr - dr^2$$

→ On peut entrer dans un TN ! Avec un temps de vie éventuellement non-négligeable.

Pour une exploration, choisir les gros TN : en plus moins de marées. Si on tente de s'échapper, on précipite la chute.

En résumé, regardons un diagramme de **Penrose**





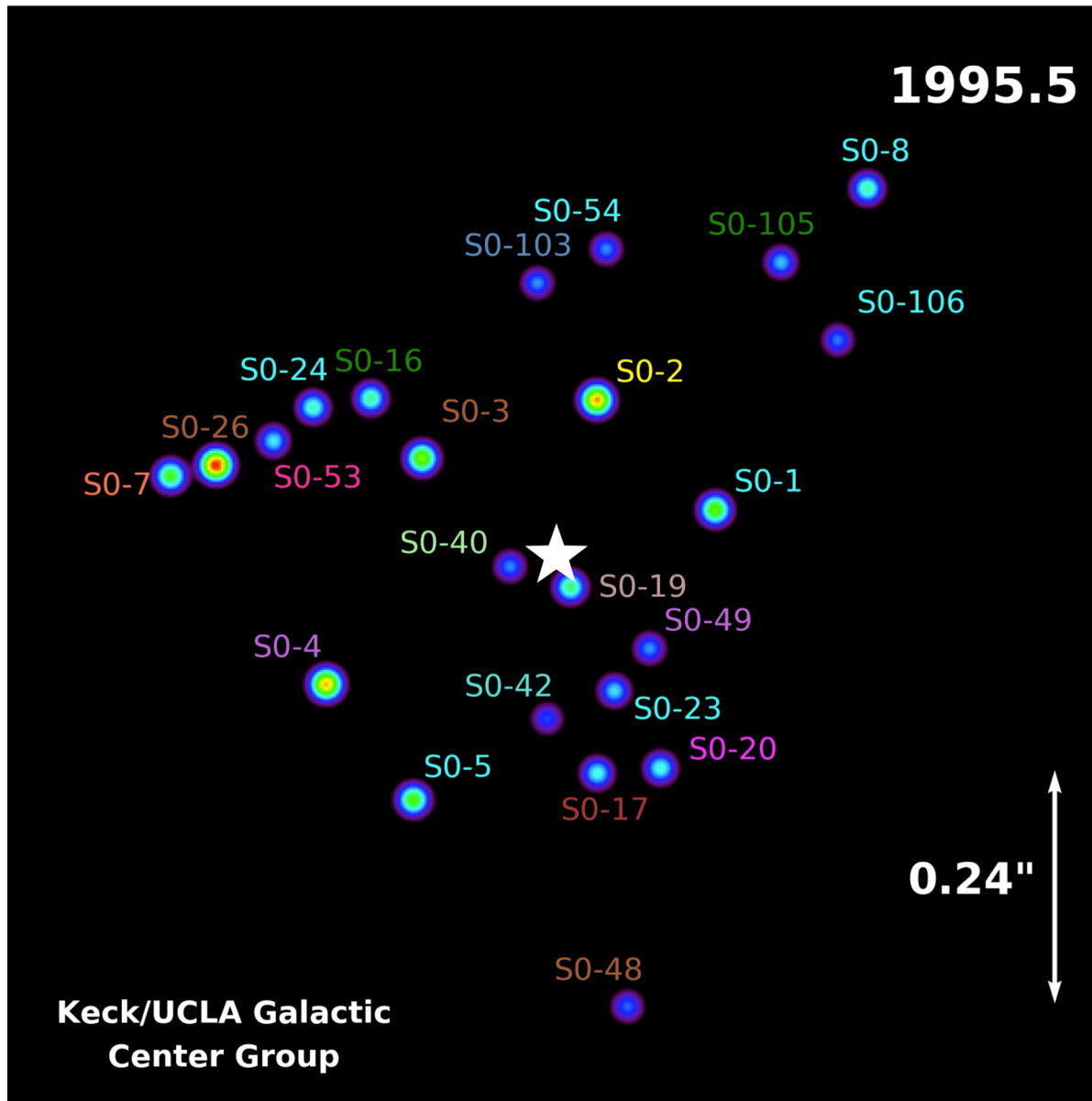
13

*Simulation de Alain Riazuello*

Aurélien Barrau LPSC-  
Grenoble (CNRS / UJF)

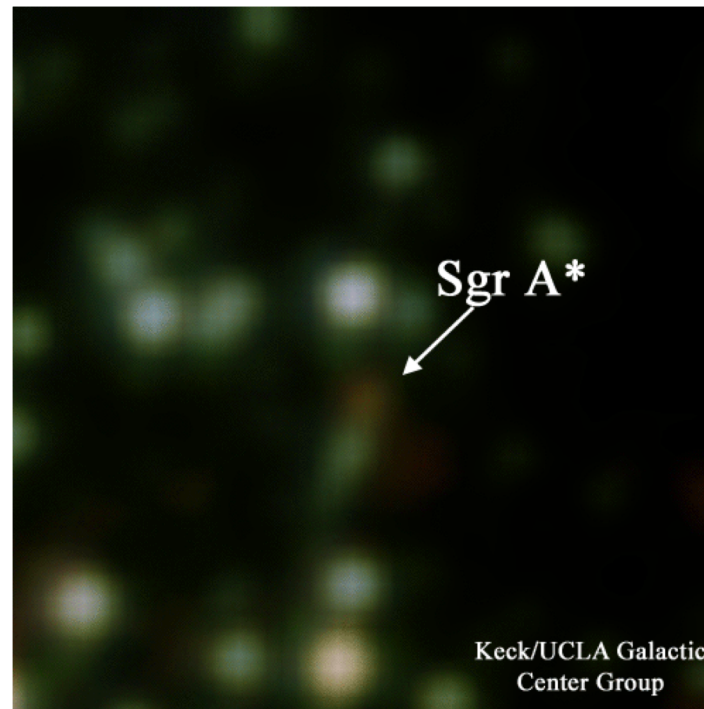


# Les trous noirs existent-ils vraiment ?

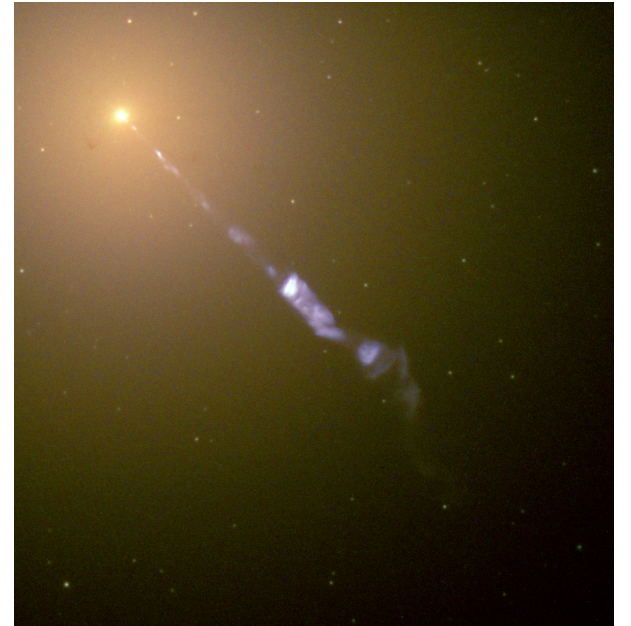
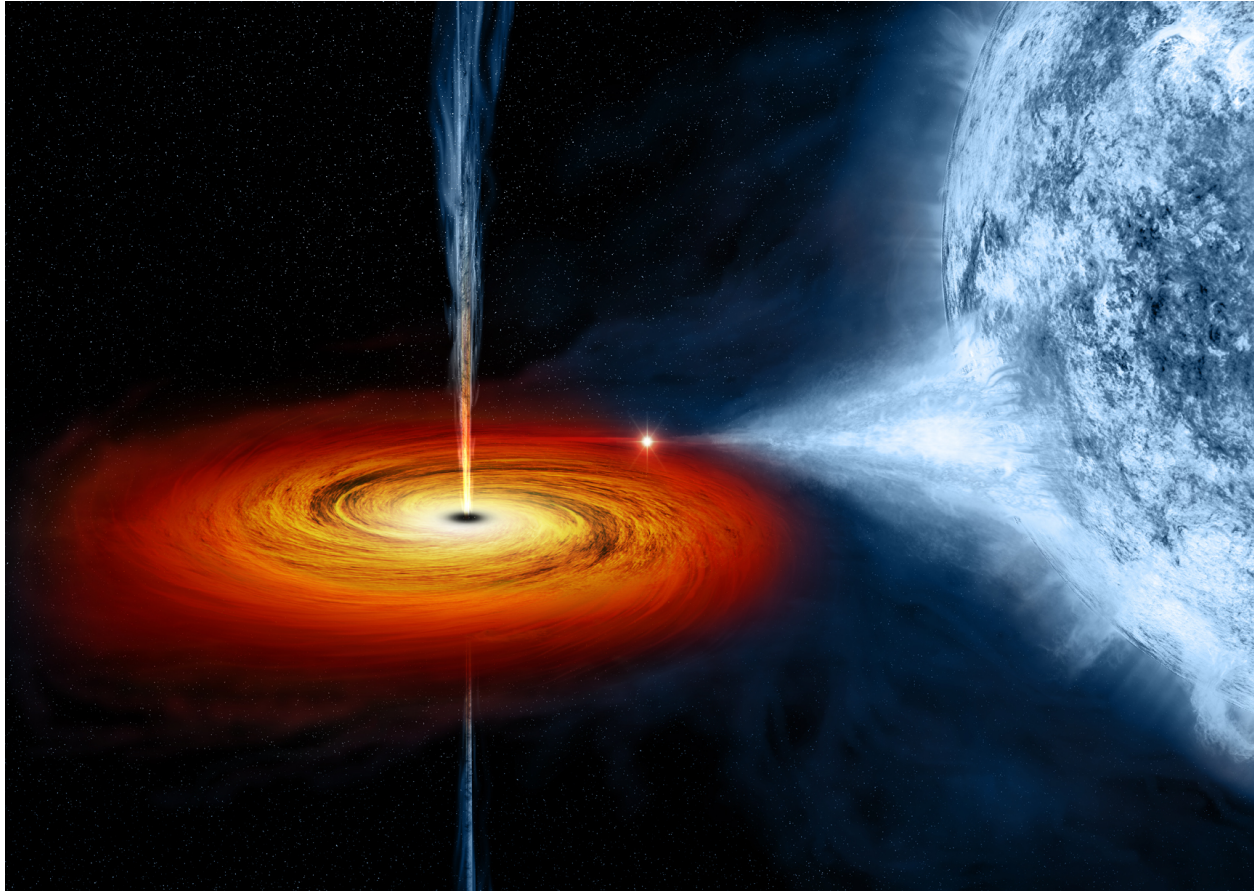


Sgr A\* estimé à  $4.1 \pm 0.6$  millions de masses solaires, en particulier **Ghez**  
Rien d'indirect ! Intéressant aussi pour la physique stellaire.

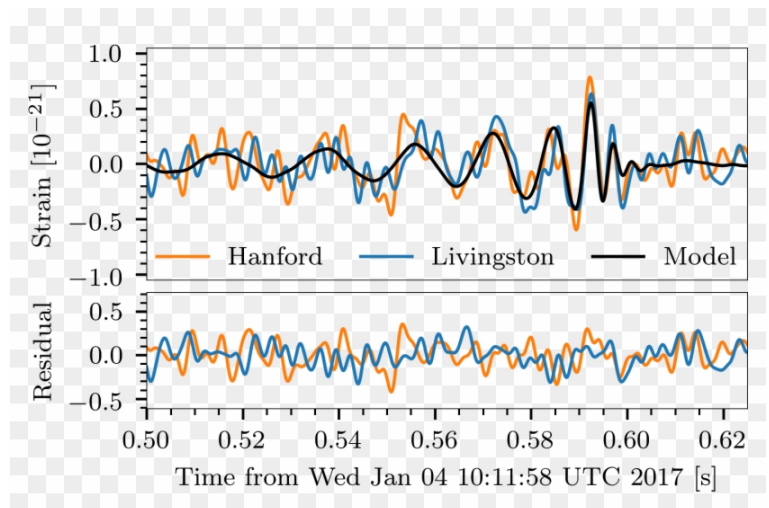
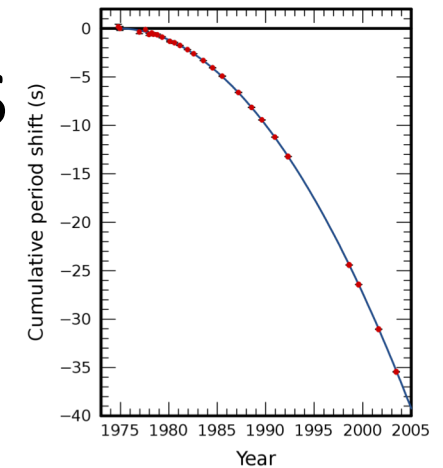
# Les trous noirs existent-ils vraiment ?



**Genzel**



# ondes gravitationnelles



## PHYSICAL REVIEW LETTERS

Highlights Recent Accepted Collections Authors Referees Search

Featured in Physics

Editors' Suggestion

### Testing the No-Hair Theorem with GW150914

Maximiliano Isi, Matthew Giesler, Will M. Farr, Mark A. Scheel, and Saul A. Teukolsky  
Phys. Rev. Lett. **123**, 111102 – Published 12 September 2019

Cornell University, Ithaca, New York 14853, USA  
(Dated: August 12, 2019)

We analyze gravitational-wave data from the first LIGO detection of a binary black-hole merger (GW150914) in search of the ringdown of the remnant black hole. Using observations beginning at the peak of the signal, we find evidence of the fundamental quasinormal mode and at least one overtone, both associated with the dominant angular mode ( $\ell = m = 2$ ), with  $3.6\sigma$  confidence. A ringdown model including overtones allows us to measure the final mass and spin magnitude of the remnant exclusively from postinspiral data, obtaining an estimate in agreement with the values inferred from the full signal. The mass and spin values we measure from the ringdown agree with those obtained using solely the fundamental mode at a later time, but have smaller uncertainties.

Pas une « découverte ». Pas une « preuve » de la RG. Pas une mesure « directe ».

Mais limites imprévues sur extensions RG.

Population de TN plus abondante que prévue.

Mass-gap n'en est plus un : nouveaux objets compacts.

Mesure récente à 85 masses solaires étonnante, dans l'autre gap !

Avenir : QNM, sirènes...

EHT

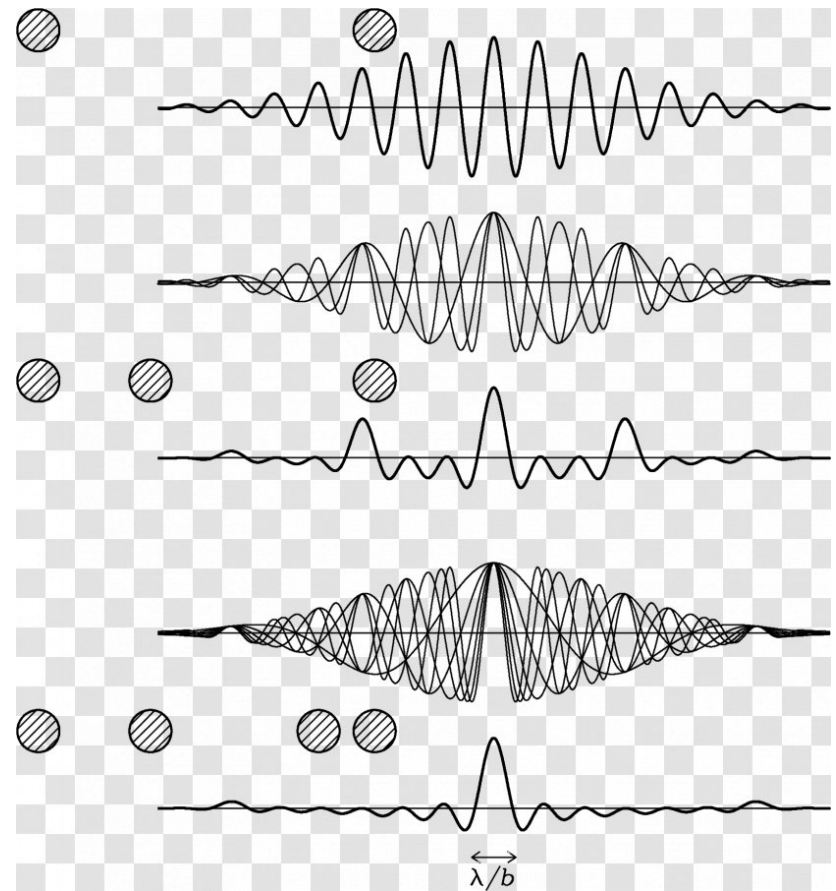
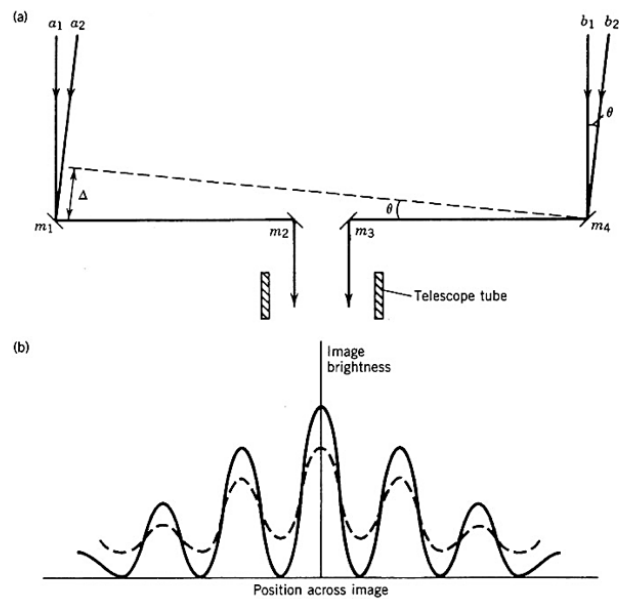
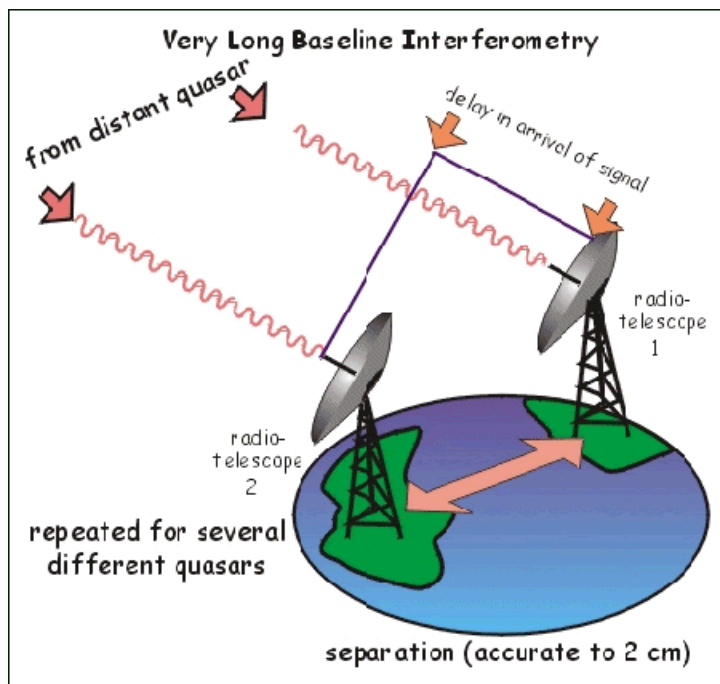


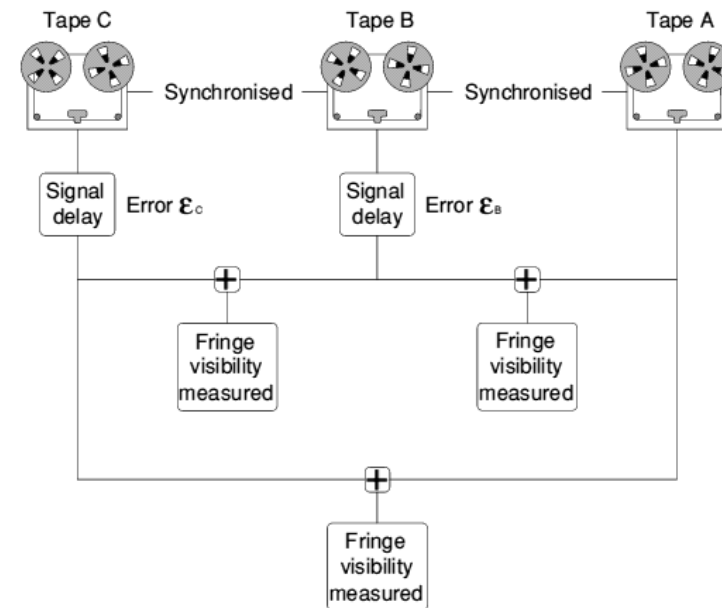
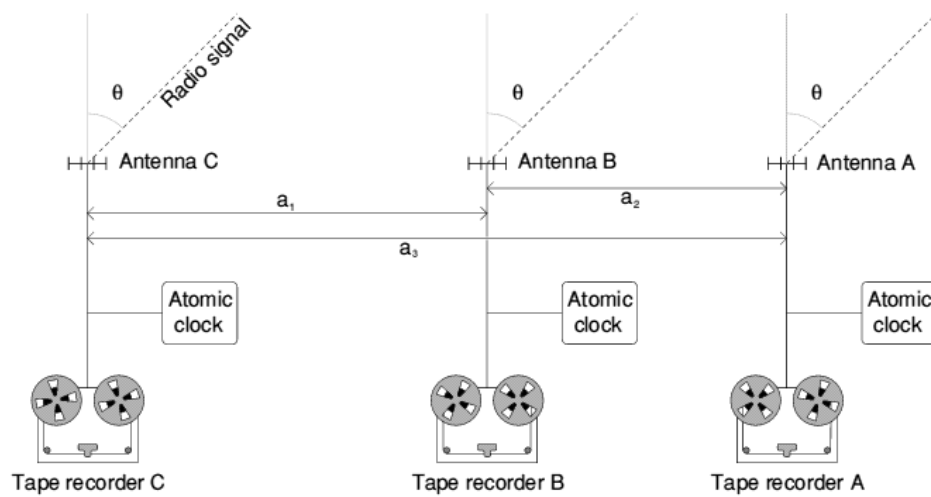
Ceci n'est pas l'horizon

18

Aurélien Barrau LPSC-  
Grenoble (CNRS / UJF)







# Qu'a-t-on appris

Que la RG fonctionne très bien à qqs Milliards de masses solaires. Pas très étonnant : objets extrêmement peu denses et de courbure très faible à la surface.

Qu'on maîtrise des situations où RG et RR à l'œuvre simultanément.

Que les TN super(hyper)massifs existent.

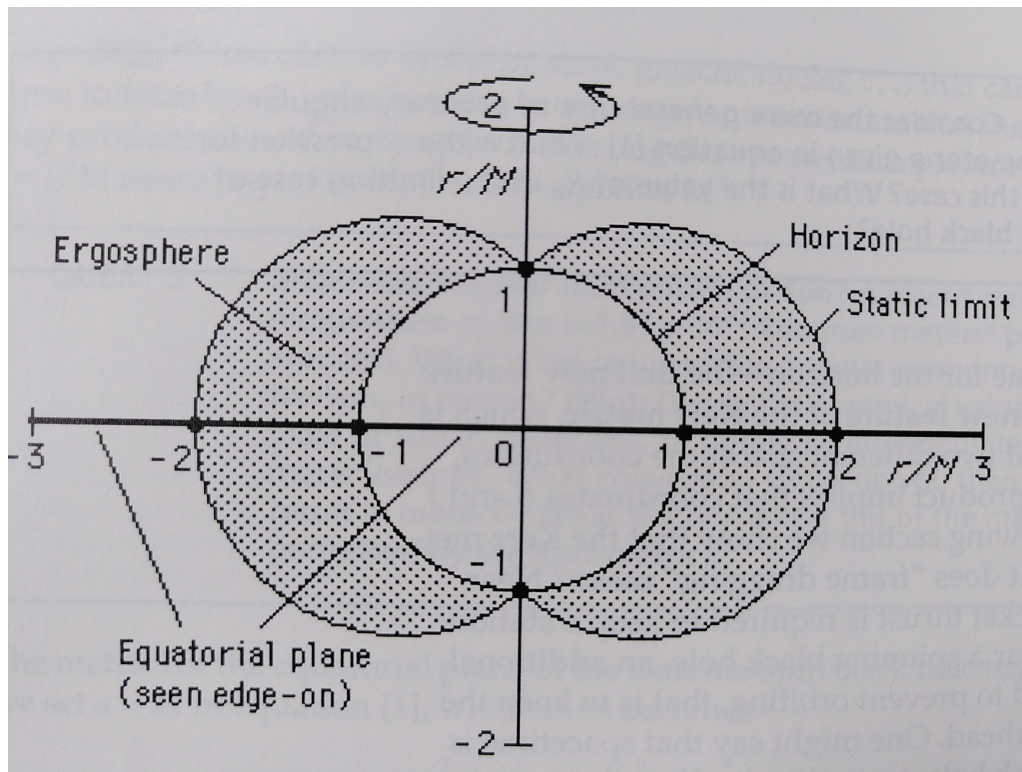
Qu'il y a bien du moment angulaire (asymétrie du disque).

Avenir → Variabilité et gravitation quantique (Giddings)

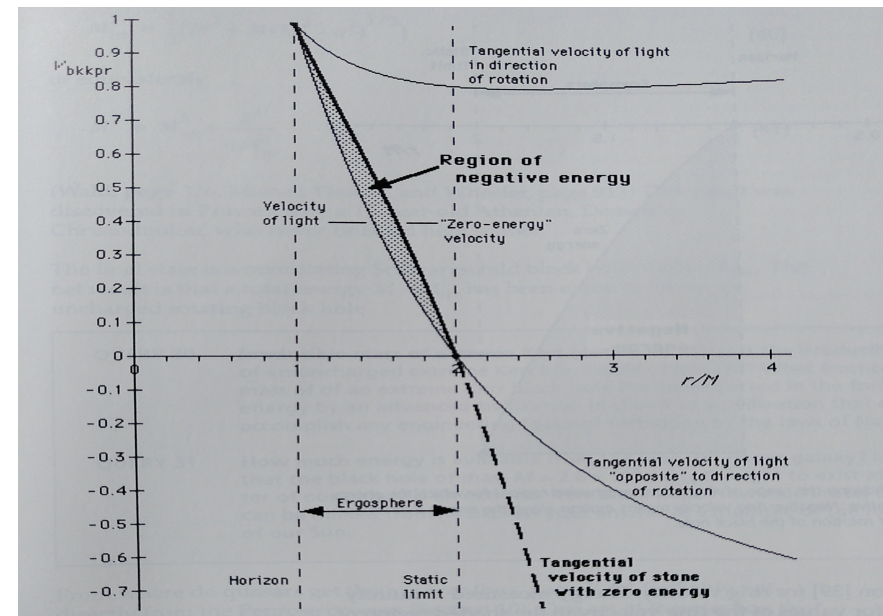
# Quand les trous noirs tournent

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)dt^2 + \frac{4Ma}{r}dt d\phi - \frac{dr^2}{1 - \frac{2M}{r} + \frac{a^2}{r^2}} - \left(1 + \frac{a^2}{r^2} + \frac{2Ma^2}{r^3}\right)r^2 d\phi^2$$

$$r_H = M \pm (M^2 - a^2)^{1/2}$$

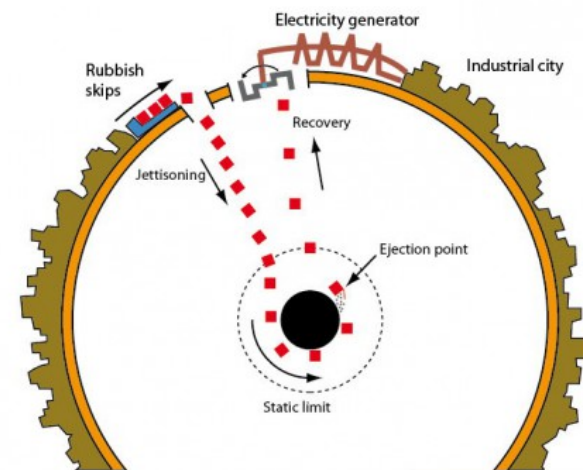
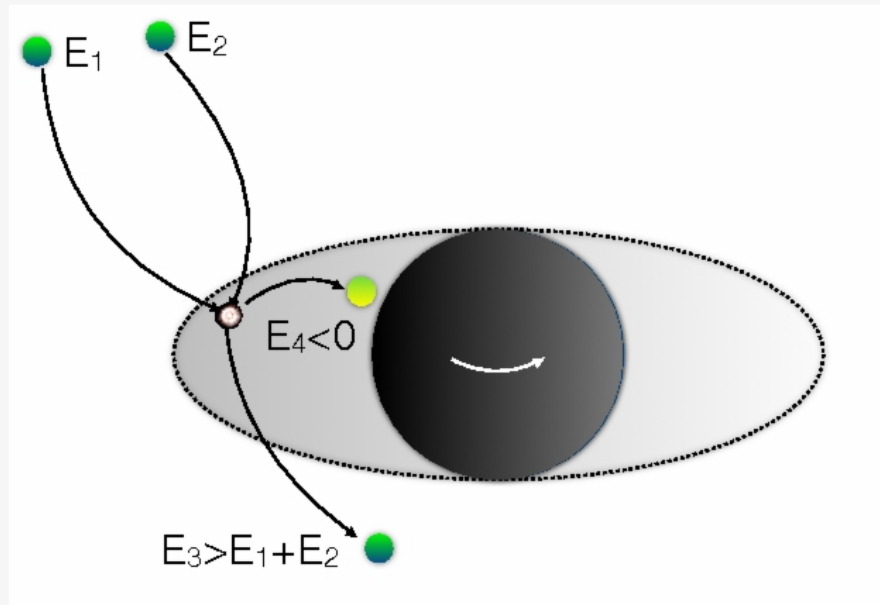


- 1) L'horizon n'est plus au même endroit. Il y a d'ailleurs 2 horizons.
- 2) Apparition d'un « cross product ».
- 3) Existence d'une limite statique.
- 4) Energie... négative !



# Effet... Penrose !

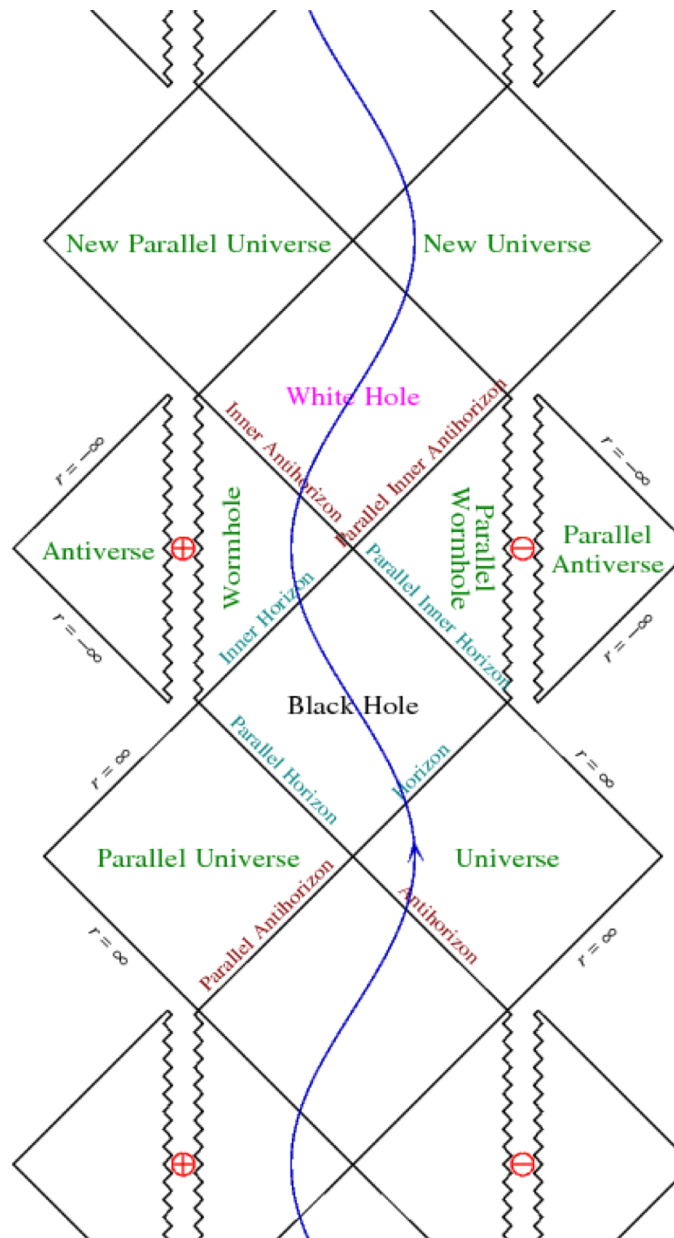
Analogie bancaire...



- Excellent pour la SF (Claire Denis)
- Mais pas une solution pour la catastrophe écologique



# Oups !



# Physique statistique des trous noirs

Non seulement les trous noirs n'ont pas « d'échelle » mais ils se ressemblent tous. Pas de cheveux.

Trous noir défini par :

- Masse
- Moment angulaire
- Charge électrique

(toutes ces grandeurs peuvent être déterminées à partir de la géométrie de l'espace extérieur)

**Les conditions pour une description correcte en termes thermodynamiques semblent réunies.**

Mais il manque une entropie.

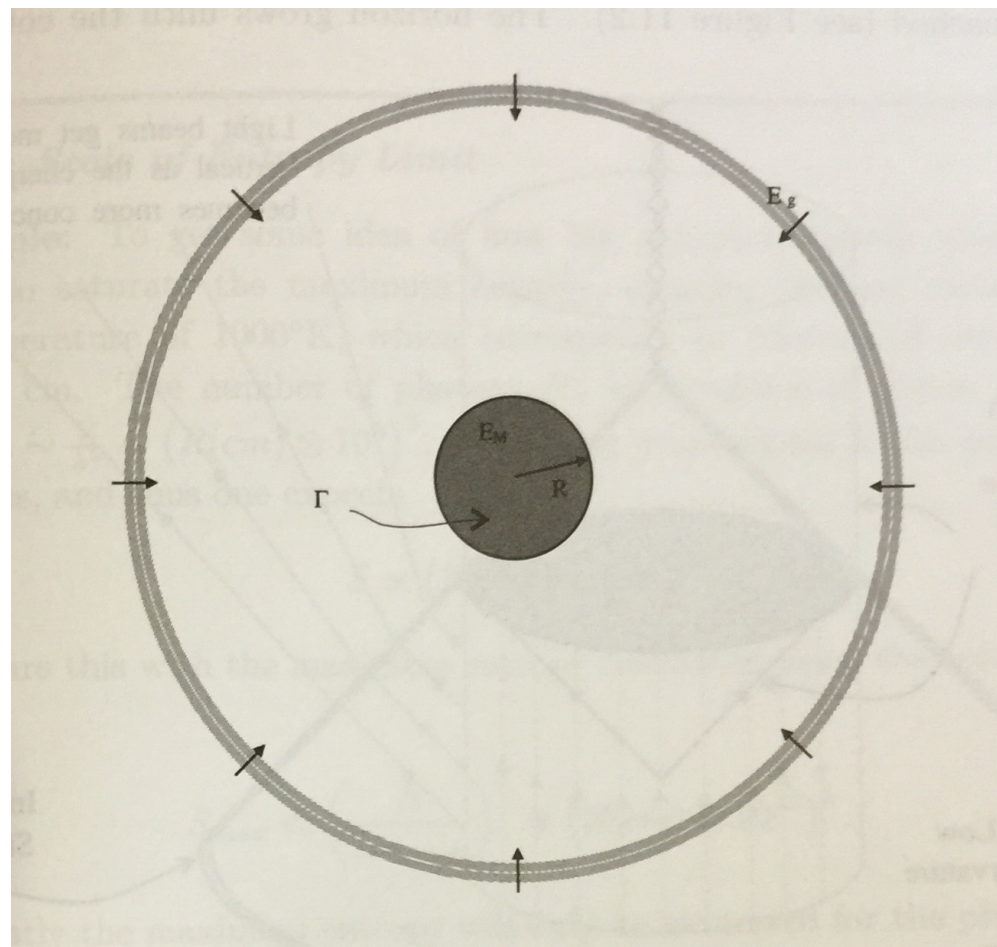
L'aire des trous noirs ne peut qu'augmenter (théorème).

Expérience de pensée : bouteille de gaz jetée dans un trou noir. L'entropie de l'univers diminue-t-elle ?

Comme l'aire (plus pertinente que rayon quand rotation) ne peut qu'augmenter :  $S = q * A$

**Second principe généralisé : l'entropie du trou noir + l'entropie usuelle extérieure ne peut pas décroître.**

*Une petite expérience de pensée simple permet de comprendre  
que l'entropie des trous noirs est maximale.*





# Les lois de la thermodynamique des trous noirs

0) *La température d'un corps à l'équilibre thermodynamique est constante*

→ **L'horizon d'un trou noir a une gravité de surface constante**

1) *La conservation de l'énergie.  $dE = TdS + W$  (équivalence entre chaleur et travail)*

$$\rightarrow dE = \frac{\kappa}{8\pi} dA + \Omega dJ + \Phi dQ$$

**On peut calculer de combien varie l'aire quand on introduit masse, charge et moment cinétique. Mais il faudrait une température ..**

2) *L'entropie ne peut qu'augmenter (des transformations qui conservent l'énergie ne se produisent pas)*

$$\rightarrow \frac{dA}{dt} \geq 0$$

3) *Il est impossible de former un système au 0 absolu*

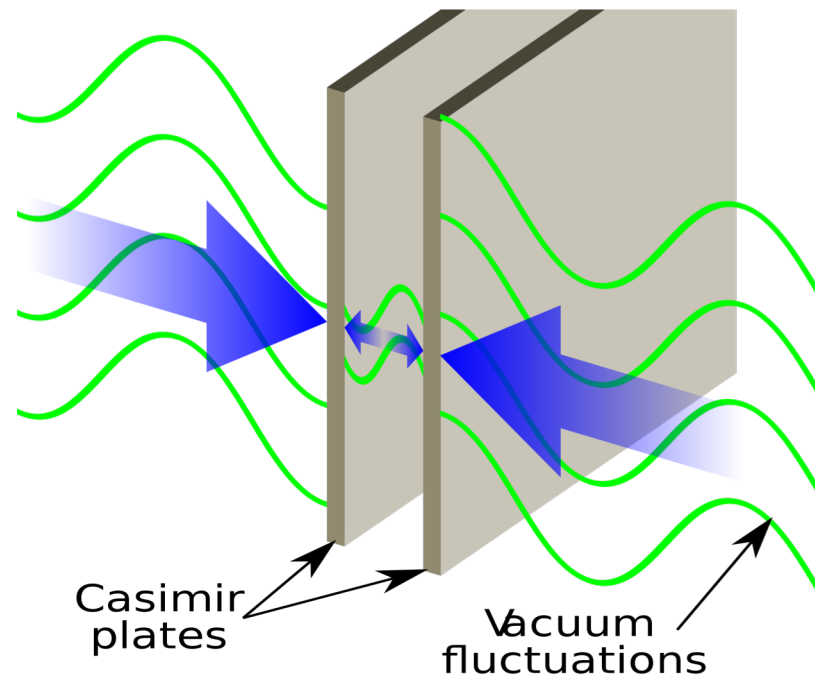
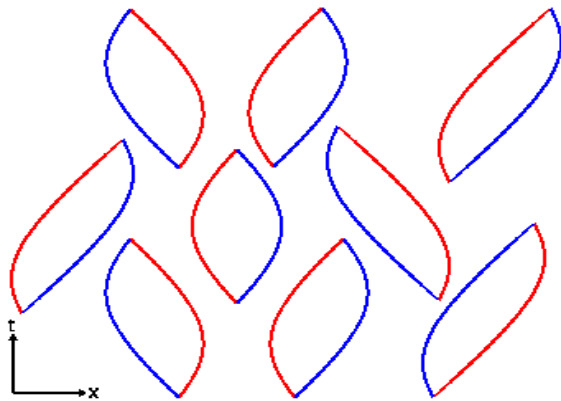
→ **Il est impossible de former un trou noir à la gravité de surface nulle**

# Vers la découverte de Hawking

La mécanique quantique nous apprend que le vide n'est pas vide.

$$\Delta E \Delta t > \hbar.$$

- Décalage de Lamb
- Force de Casimir
- (effet Schwinger)

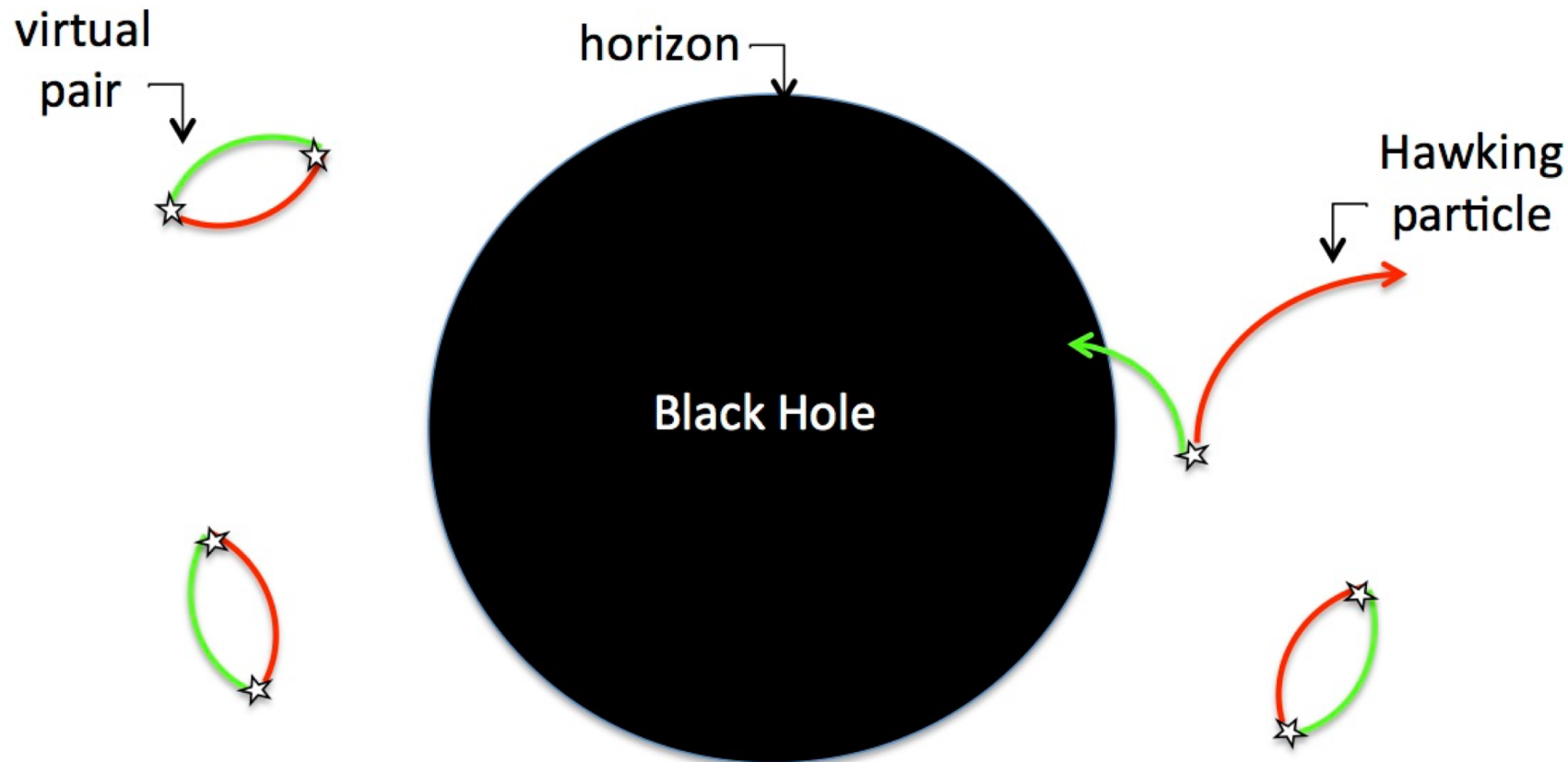
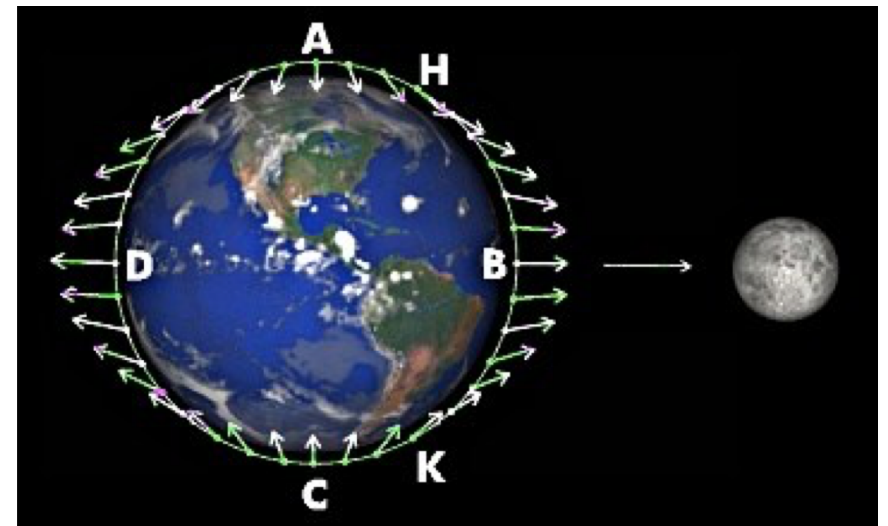


Le vide est une entité très complexe et fondamentale en théorie quantique des champs. Il pose une question essentielle – peut-être la plus importante à l'heure actuelle – en physique : pourquoi ne « gravite-t-il » pas ? Des pistes néanmoins.

# Evaporation des trous noirs

Ce vide quantique peut se coupler aux trous noirs.

Effet de marée.



Les trous noirs rayonnent un spectre quasi-thermique. Une des plus belles formules de la physique.

$$T_{\text{BH}} = \frac{\hbar c^3}{8\pi k_B G M}$$

Plus les trous noirs sont petits plus ils sont chauds ! Une explication élémentaire

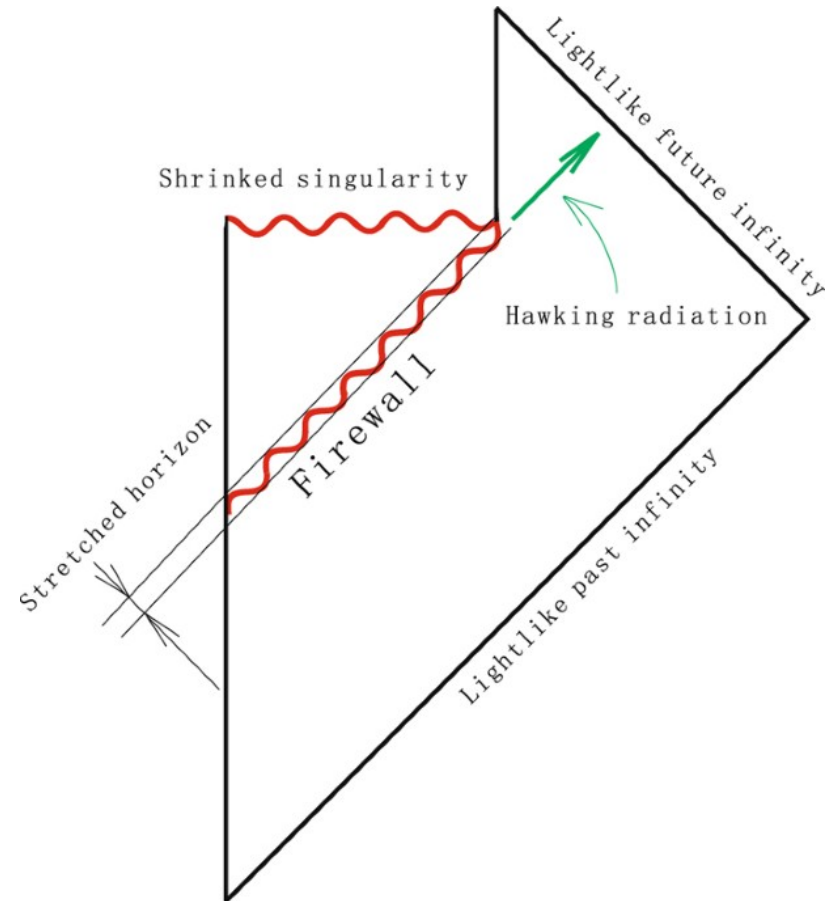
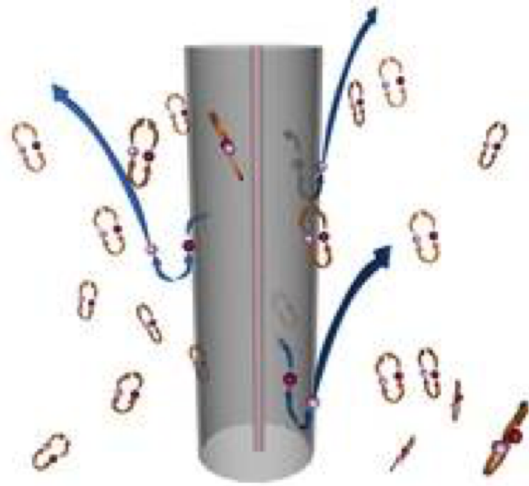
$$\text{champ} = \frac{GM}{r^2} \quad r = 2GM \quad \text{champ} \propto \frac{1}{M}$$

(pas vrai pour une planète où  $M=kr^3$ )

Conséquences paradoxales ... Plus un trou noir rayonne plus il est chaud ! Très explosif ...

# Trous noirs acoustiques et effet Hawking

Observé avec les trous noirs acoustiques !



Photons  $\rightarrow$  Phonons

Relativité générale  $\rightarrow$  hydrodynamique

Toujours un horizon (en pratique deux pour effet résonnant)  
ici avec un fluide supersonique.

Pb : TH très faible  $\rightarrow$  fluides froids (CBE).

Pas une « preuve » mais une indication forte !

Juste 2 min un peu formelle pour mieux comprendre l'origine profonde

$$\mathcal{L} = \sqrt{-g} \left( -\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - \xi R \phi^2 \right).$$

$$\begin{aligned} [\phi(t, \mathbf{x}), \phi(t, \mathbf{x}')] &= 0 & \phi &= \sum_i \left( \hat{a}_i f_i + \hat{a}_i^\dagger f_i^* \right). & [\hat{a}_i, \hat{a}_j] &= 0 \\ [\pi(t, \mathbf{x}), \pi(t, \mathbf{x}')] &= 0 & & & [\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_j^\dagger] &= 0 \\ [\phi(t, \mathbf{x}), \pi(t, \mathbf{x}')] &= \frac{i}{\sqrt{-g}} \delta^{(n-1)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). & & & [\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] &= \delta_{ij}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi &= \sum_i \left( \hat{b}_i g_i + \hat{b}_i^\dagger g_i^* \right). & [\hat{b}_i, \hat{b}_j] &= 0 & \hat{b}_i |0_g\rangle &= 0 & \text{for all } i. \\ & & [\hat{b}_i^\dagger, \hat{b}_j^\dagger] &= 0 & \hat{n}_{gi} &= \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i. \\ & & [\hat{b}_i, \hat{b}_j^\dagger] &= \delta_{ij}, \end{aligned}$$

$$g_i = \sum_j \left( \alpha_{ij} f_j + \beta_{ij} f_j^* \right) \qquad \hat{a}_i = \sum_j \left( \alpha_{ji} \hat{b}_j + \beta_{ji}^* \hat{b}_j^\dagger \right)$$

$$f_i = \sum_j \left( \alpha_{ji}^* g_j - \beta_{ji} g_j^* \right). \qquad \hat{b}_i = \sum_j \left( \alpha_{ij}^* \hat{a}_j - \beta_{ij}^* \hat{a}_j^\dagger \right).$$

$$\begin{aligned}
\langle 0_f | \hat{n}_{gi} | 0_f \rangle &= \langle 0_f | b_i^\dagger b_i | 0_f \rangle \\
&= \left\langle 0_f \left| \sum_{jk} \left( \alpha_{ij} \hat{a}_j^\dagger - \beta_{ij} \hat{a}_j \right) \left( \alpha_{ik}^* \hat{a}_k - \beta_{ik}^* \hat{a}_k^\dagger \right) \right| 0_f \right\rangle \\
&= \sum_{jk} (-\beta_{ij}) (-\beta_{ik}^*) \langle 0_f | \hat{a}_j \hat{a}_k^\dagger | 0_f \rangle \\
&= \sum_{jk} \beta_{ij} \beta_{ik}^* \langle 0_f | \left( \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_j + \delta_{jk} \right) | 0_f \rangle \\
&= \sum_{jk} \beta_{ij} \beta_{ik}^* \delta_{jk} \langle 0_f | 0_f \rangle \\
&= \sum_j \beta_{ij} \beta_{ij}^*.
\end{aligned}
\qquad
\langle 0_f | \hat{n}_{gi} | 0_f \rangle = \sum_j |\beta_{ij}|^2.$$

Le concept même de particule est relatif !

Tel est la véritable origine de l'effet Hawking.

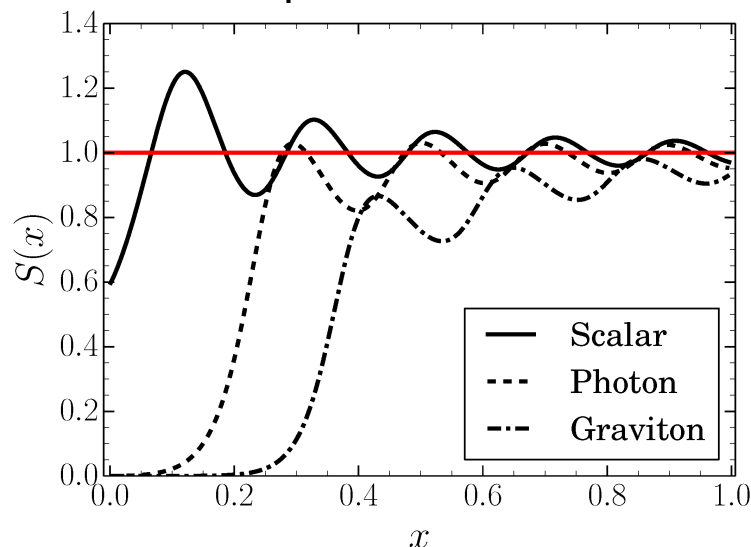
# Pour décrire les choses précisément, il faut...

Le formalisme de Newman-Penrose.

La formulation de la gravitation comme une métrique pseudo-riemannienne ne peut pas être ultime : cela ne permet pas le couplage aux fermions.

$$i\hbar\gamma^\mu\partial_\mu\psi = mc\psi$$

C'est aussi nécessaire pour une bonne description de l'effet Hawking.





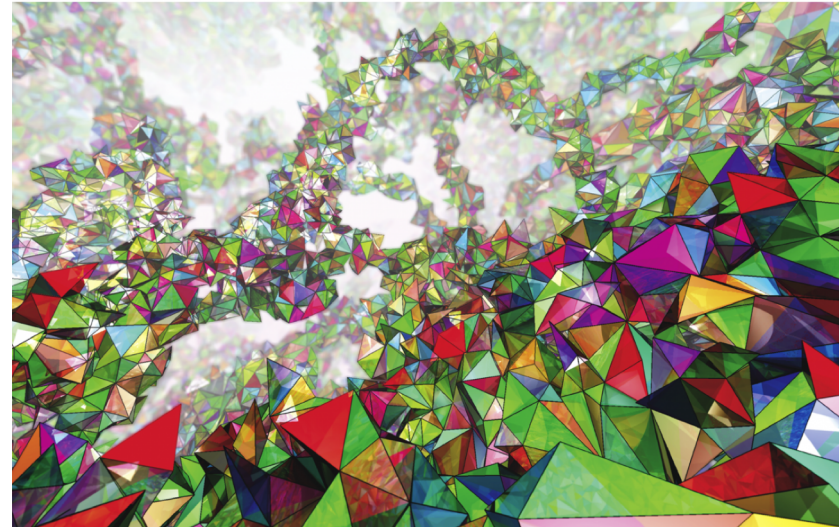
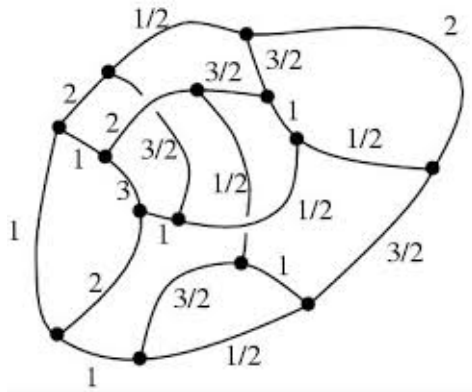
# La gravitation quantique

Mais ... Qu'est-ce que l'entropie des trous noirs ? Il faut identifier les degrés de liberté fondamentaux → gravitation quantique

- De plus : unification (?), cohérence (Big Bang, centre trous noirs, fin évaporation).  
 $G = 8\pi T$  (et  $T$  quantique)
- Pourquoi est-ce difficile ?  
→ Renormalisation, espace de Hilbert, temps ..

$$\mathcal{L}_{2\text{-loop}}^{(\text{div})} = \frac{209\hbar^2}{2880} \frac{32\pi G}{(16\pi^2)^2 \epsilon} \bar{R}^{\alpha\beta}{}_{\gamma\delta} \bar{R}^{\gamma\delta}{}_{\mu\nu} \bar{R}^{\mu\nu}{}_{\alpha\beta}$$

Réseaux de spin de **Penrose** !



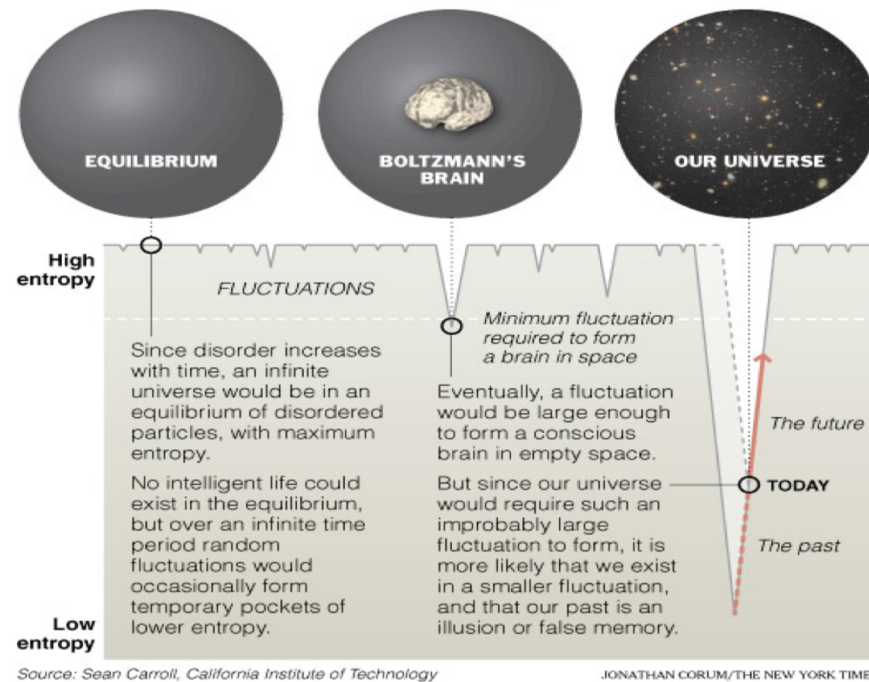
Peut-être twistors de **Penrose** (nouvelle ontologie de l'espace-temps)

# Le (plus ?) gros problème de la physique

## L'entropie c'est vie.

Question ESSENTIELLE.

Le second principe est la seule loi fondamentale qui distingue le passé du futur.  
Tout est fondé sur l'entropie faible de l'Univers au début. Très paradoxal.



→ Hypothèse de **Penrose** sur le tenseur de Weyl.

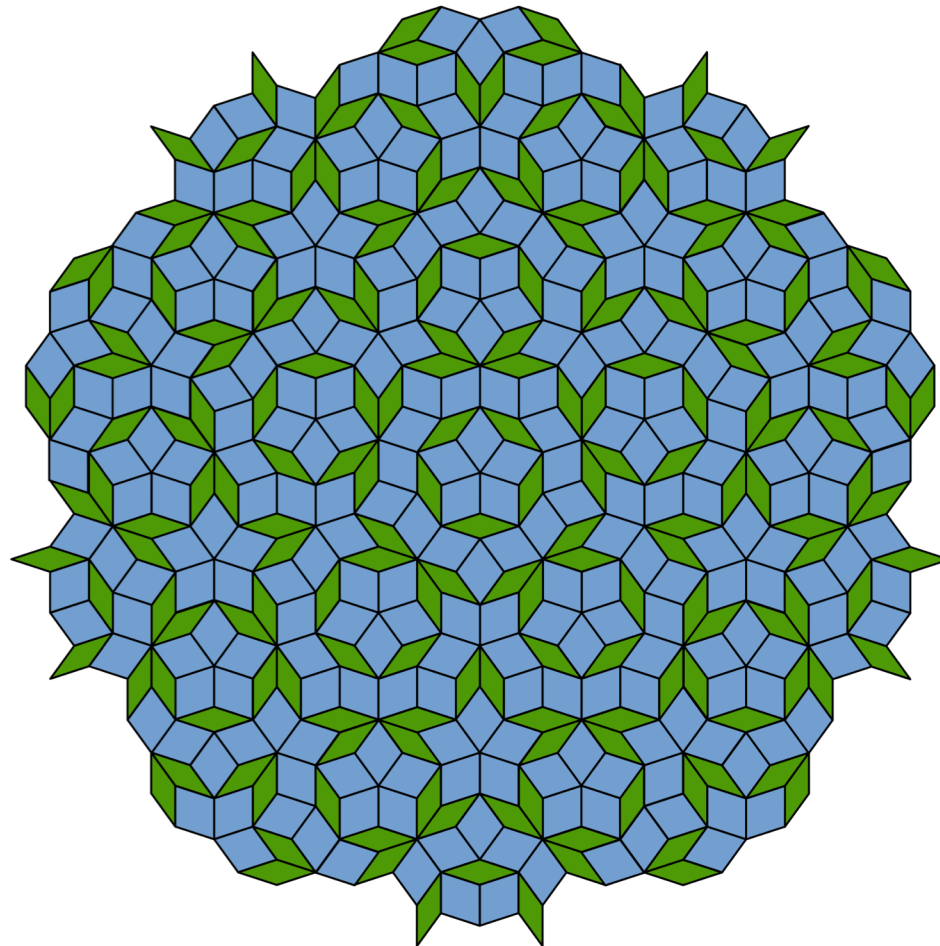
$$C_{abcd} = R_{abcd} - \frac{2}{n-2} (g_{a[c} R_{d]b} - g_{b[c} R_{d]a}) + \frac{2}{(n-1)(n-2)} R g_{a[c} g_{d]b}$$

→ Nouvelle transformation conforme → Cycles ?

Le prix Nobel c'est la classe.

N'en avoir pas même besoin pour être un seigneur, c'est encore mieux.

(Nous n'avons pas même parlé des quasi-cristaux de **Penrose**, allez à la maison des Magisters)



# New Scientist

WEEKLY January 2 - 8, 2016

**NO MORE MENOPAUSE**  
New treatment that  
will turn back time

**DARK MICROBES**  
Antibiotic treasure  
hidden in plain sight

**BRIGHT LIGHT, BIG PITY**  
The other problem with  
the Arctic's thinning ice

**NO SECRETS** Why 2016 will make or break the internet

## WHAT HAPPENS IF A BLACK HOLE TURNS WHITE?

- a) Radio waves blast Earth
- b) Space-time goes quantum
- c) A universe is created
- d) All of the above



No3054  
US\$5.95  
CAN\$5.95

Science and technology news  
[www.newscientist.com](http://www.newscientist.com)  
US jobs in science

**KEEP CALM** How to handle your emotions - and other people's

